

横方向磁束形永久磁石形リニア同期モータにおける磁石と電機子極の組み合わせによるコギング力

中村太一*, シンジョンソプ, 古関隆章 (東京大学)

Cogging force reduced by pole-slot combinations in a transverse-flux type Permanent Magnet Linear Synchronous Motor
Taichi Nakamura, Jung-Seob Shin, Takafumi Koseki (The University of Tokyo)

Abstract

In design of a PMSM it is important to reduce cogging force. An appropriate pole-slot combination is used in reducing cogging force. The authors propose the simple method for analysis of cogging force that is caused by the pole-slot combination in a PMLSM. And advantages of pole-slot combination to reduce cogging force are described. In addition cogging force that is caused by manufacturing error is analyzed. This analysis describes the relationships between the pole-slot combination and the sensitivity of cogging force caused by manufacturing error.

キーワード：永久磁石形リニア同期モータ、横方向磁束形モータ、コギング力、フーリエ級数展開
(Permanent magnet linear synchronous motor, Transverse flux motor, Cogging force, Fourier series expansion)

1 はじめに

従来、直線駆動を必要とする産業用機器は、回転式モータとボールねじを用いて機械的に直線駆動に変換する方式が用いられていた。しかし近年製作工程の高速化や自動化に伴い、直線駆動システムに対してこれらを実現できるような性能が要求されている。また良い製品を大量に生産する必要性から、高位置決め精度も要求される。このような背景から、現在直線駆動用の産業機器として、永久磁石形リニア同期モータ (PMLSM : Permanent Magnet Linear Synchronous Motor) が注目されており、実際に採用されている[1]。

高速化実現のための産業用リニアモータは、大推力が必要となるため、希土類磁石を用いたコア付き PMLSM が主流である。しかしコア付き PMLSM の問題点として、磁石とコアとの間に働く吸引力によりコギング力が発生することが挙げられる。コギング力は振動や騒音の原因になる他、位置決め精度に影響を及ぼす。このためコギング力の低減は PMLSM の設計において重要な課題であり、現在までに多くのコギング力低減手法が提案されている。

本研究では、磁石数と電機子極数の組み合わせによってコギング力を低減する手法に注目した[2][3]。まずコギング力低減手法としてよく用いられる、8磁石9電機子極配置形 PMLSM を例にとり、磁石数と電機子極数の組み合わせによるコギング力の定式化を行った。そして磁石・電機子極配置の組み合わせで決定されるコギング力について評価した。さらに製作誤差により発生するコギング力について定式化を行い、製作誤差が生じた場合におけるコギング力を、磁石数と電機子極数の組み合わせの

観点から評価した。

2 横方向磁束形 PMLSM のモデル化

永久磁石形リニア同期モータにおいて、コギング力は磁石数と電機子極数の最大値によって周期が決まる。そしてその最小公倍数が小さいほどコギング力は小さいと言われている。このため永久磁石形リニア同期モータのコギング的減手法の一つとして、磁石数と電機子極数の組み合わせが用いられる。そこで本研究では、コギング力の低減手法としてよく用いられる 8磁石9電機子極配置構造に注目した[2][3]。そして8磁石9電機子極配置形 PMLSM の簡単なモデルを構築し、磁石・電機子極によるコギング力の評価を行った。

2.1 8磁石9電機子極配置形 PMLSM のギャップ磁束密度

一周期が $2L$ の 8磁石9電機子極配置形永久磁石形同期リニアモータをモデル化したものを Fig.1 に示す。Fig.1 に示す 8磁石9電機子極配置形は、集中巻方式である。次に解析に用いたモデルの詳細図を Fig.2 に示す。それぞれのパラメータは Table 1 に示すように定義した。また Fig.2 の $L/2$ は電気角で 2π に相当する。

まず磁束密度が y 軸方向成分のみ持ち、鉄心の比透磁率が無限大であると仮定する。永久磁石の起磁力を θ 、鉄心のギャップ長を l_g とすると、磁気回路法により磁束密度は式(1)で示される。

$$B = \mu_0 \frac{\theta}{l_g} \quad (1)$$

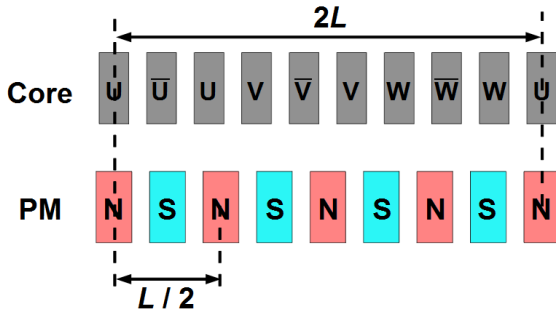


図1 8磁石9電機子極配置形PMLSMのモデル
Fig.1 Model of 8 poles 9cores combination PMLSM

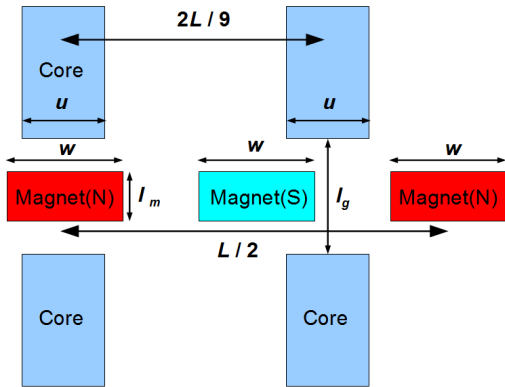


図2 解析モデル詳細図
Fig.2 Detailed view for analysis model

表1 解析モデルの文字の定義
Table 1 Definition of each parameter

Width of PM	w
Length of PM	l_m
Width of armature core tooth	u
Gap length between cores	l_g
Period of PMLSM	$2L$
Pole pitch	$L/4$
Coercive force	H_c

式(1)において、磁束密度はギャップ長の逆数で表されている。ここで計算上扱いやすくするためギャップ長の逆数を Y と定義する。このとき、式(1)は式(2)で表すことができる。

$$B = \mu_0 \Theta Y \quad (2)$$

次に永久磁石の起磁力とギャップ長の逆数の分布をそれぞれ考える。永久磁石による起磁力は、Fig.3 に示すような方形波であると仮定する。周期が $2L$ であることに注意し、永久磁石の起

磁力分布の Fourier 級数展開を行う。起磁力分布を Fourier 級数展開したものを式(3)~(5)に示す。

$$\Theta(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left\{ \frac{j(8m-4)\pi x}{L} \right\} \quad (3)$$

$$c_0 = 0 \quad (4)$$

$$c_m = \frac{2H_c l_m}{(2m-1)\pi} \sin\left\{ \frac{(8m-4)\pi w}{2L} \right\} \quad (5)$$

次にギャップ長の逆数 Y に関して考える。ギャップ長は電機子鉄心の歯先が存在する領域でのみ有限の値を持ち、それ以外の領域ではギャップ長は無限大であると仮定する。するとギャップ長の逆数 $Y(x)$ は、Fig.3 に示すような関数となる。Fig.3 で示した $Y(x)$ の波形の周期が $2L$ であることに注意して Fourier 級数展開を行う。ギャップ長逆数の関数を Fourier 級数展開したものを式(6)~(8)に示す。

$$Y(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{j9n\pi x}{L} \right) \quad (6)$$

$$c_0 = \frac{9u}{2Ll_g} \quad (7)$$

$$c_n = \frac{1}{n\pi l_g} \sin\left(\frac{9n\pi u}{2L} \right) \quad (8)$$

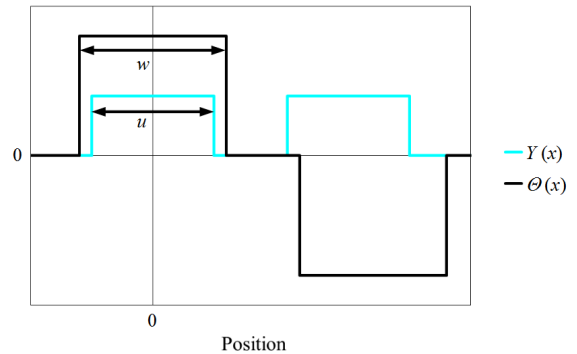


図3 磁石起磁力とギャップ長の逆数
Fig.3 Magnetomotive force and inverse of the gap length

そして導いた式(3)と式(6)を式(2)に代入すると、式(9)で表されるような空間磁束密度分布が得られる。

$$B_y(x) = \mu_0 \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{j9n\pi x}{L} \right) \right] \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left(\frac{j(8m-4)\pi x}{L} \right) \right] \quad (9)$$

2.2 コギング力の導出方法

Fig.4 のように永久磁石をコイルとみなし、永久磁石端部に等価的な電流が流れているとする。空間には式(9)で示したように y 軸方向に磁束密度が発生しているため、フレミング左手の法則をそれぞれの磁石端部に適用し、磁石端部に加わる電磁力を求め。

まず Fig.4 のように、ある磁石の中心の x 座標を $s + \frac{L}{4}n$ と

すると、磁石端部は $s + \frac{L}{4}n \pm \frac{w}{2}$ と表される。またフレミング左手の法則より、磁石端部に加わる電磁力は式(10)で表される。ここで式(10)の z は、磁石奥行き長さを示す。

$$F_e(x) = (H_c l_m) B_y(x) z \quad (10)$$

式(10)を用いて、それぞれの磁石端部に加わる電磁力を求め、その総和を取ればコギング力を導出できる。

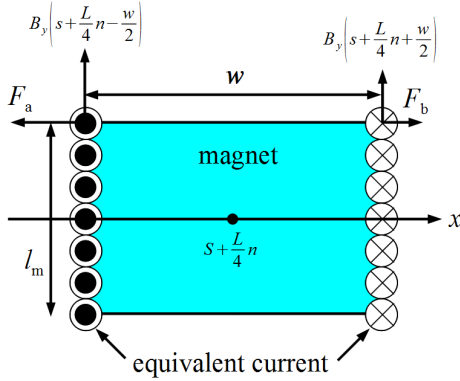


図4 磁石の等価電流

Fig.4 Equivalent currents in PM

2.3 8磁石9電機子極配置形 PMLSM のコギング力の定式化

2.1 で求めた空間磁束密度分布を用いて、8磁石9電機子極配置形 PMLSM の場合におけるコギング力を定式化する。磁石端部に加わる電磁力の総和は式(11)で表される。

$$F(s) = (H_c l_m z) \left\{ \sum_{n=0}^7 (-1)^n B_y \left(s + \frac{L}{4}n - \frac{w}{2} \right) \right\} + (H_c l_m z) \left\{ \sum_{n=0}^7 (-1)^{(n-1)} B_y \left(s + \frac{L}{4}n + \frac{w}{2} \right) \right\} \quad (11)$$

そして式(11)に空間磁束密度を表す式(9)を代入すると、8磁石9電機子極配置形 PMLSM のコギング力が得られる。8磁石9電機子極配置形 PMLSM のコギング力を式(12)~(14)に示す。

$$F(s) = \frac{4\mu_0 (H_c l_m)^2 z}{\pi l_g} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{j72n\pi s}{L}\right) \quad (12)$$

$$c_0 = 0 \quad (13)$$

$$c_n = \frac{1}{2n} \sin\left(\frac{36n\pi u}{L}\right) \sin\left(\frac{36n\pi w}{L}\right) \quad (14)$$

式(12)より、8磁石9電機子極配置形 PMLSM において発生するコギングトルクの基本波成分は周期 $2L/72$ である。PMLSM においてコギング力の周期は、機械角 2π を磁石数とコア数の最小公倍数で割ったものである。この計算結果より導かれたコギング力の周期と一致している。また式(14)に例えば、磁石幅 6 mm、コア幅 5 mm、全長 72 mm を代入すると式(12)は 0 N となる。このように適切なパラメータを選ぶと、理論上は発生するコギング力を 0 N とすることが可能である。

3 磁石・電機子極配置の組み合わせによるコギング力の比較

磁石数と電機子極数の組み合わせによるコギング力を評価するため、6磁石9電機子極配置形 PMLSM についても同様にコギング力を定式化した。式(15)~(17)に6磁石9電機子極配置形 PMLSM のコギング力の式を示す。

$$F(s) = \frac{4\mu_0 (H_c l_m)^2 z}{\pi l_g} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{j18n\pi s}{L}\right) \quad (15)$$

$$c_0 = 0 \quad (16)$$

$$c_n = \frac{3}{2n} \sin\left(\frac{9n\pi u}{L}\right) \sin\left(\frac{9n\pi w}{L}\right) \quad (17)$$

式(14)と式(17)を比較すると、8磁石9電機子極配置形 PMLSM のフーリエ係数は、6磁石9電機子極配置形 PMLSM のそれに比べ 1/3 となっている。このことより8磁石9電機子極配置形 PMLSM の発生するコギング力の最大値は、6磁石9電機子極配置形 PMLSM のそれに比べ 1/3 である。

次にそれぞれの磁石・電機子極配置について、磁石幅と電機子鉄心の歯先幅が Table 2 のときの、ポールピッチとコギング力の関係を計算した。ここでそれぞれのコギング力の式で共通する定数項、

$$\frac{4\mu_0 (H_c l_m)^2 z}{\pi l_g}$$

は除いた。8磁石9電機子極配置形 PMLSM の場合の計算結果を Fig.5 に、6磁石9電機子極配置形 PMLSM の場合の計算結果を Fig.6 に示す。

表2 一定値をとるパラメータ

Table 2 Constant parameters

Width of PM : w	6 mm
Width of armature core tooth : u	5 mm

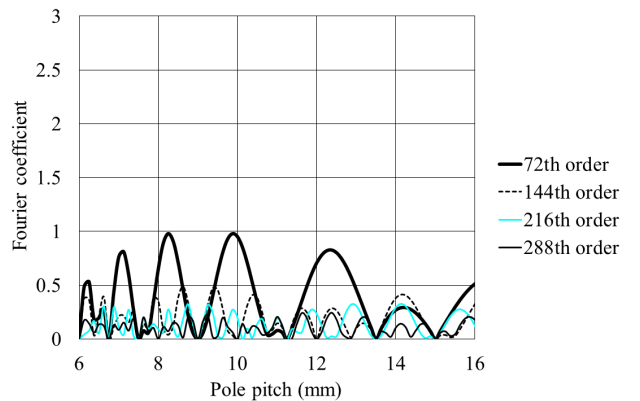


図5 8磁石9電機子極配置形 PMLSM におけるポールピッチとコギング力の関係

Fig.5 Relationship between cogging force and pole pitch in 8poles-9slots combination

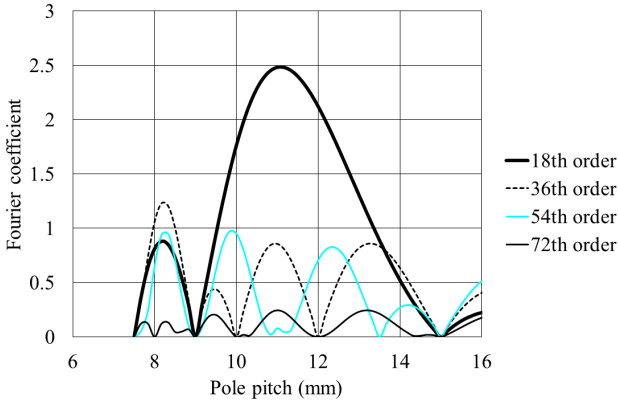


図6 6磁石9電機子極配置形PMLSMにおけるポールピッチとコギング力の関係

Fig.6 Relationship between cogging force and pole pitch in 6poles-9slots combination

Fig.5とFig.6を比較すると、8磁石9電機子極配置形PMLSMの場合はコギング力が0Nになる点が多い。このことより8磁石9電機子極配置形PMLSMはコギング力低減のための設計の自由度が高いという利点があると考えられる。またコギング力低減のために、ポールピッチなどのパラメータを調整することが重要である。

4 磁石・電機子極の組み合わせと製作誤差により発生するコギング力の関係の評価

3章にて、適切なパラメータを設定すれば、コギング力は0Nになることについて述べた。しかし実際には製作過程において誤差が生じることがあり、その誤差はコギング力が発生する原因となる。そこで8磁石9電機子極配置形PMLSMと6磁石9電機子極配置形PMLSMを例にとり、製作誤差により発生するコギング力の定式化を行った。そして求めた式から、製作誤差によって生じるコギング力の評価をそれぞれについて行った。

4.1 製作誤差を考慮したギャップ長の定式化

8磁石9電機子極配置形PMLSMにおいて、ある一つの電機子鉄心の歯先の位置が、Fig.7のように製作誤差により本来の位置よりずれた場合を考える。この製作上の誤差を δ (mm)と定義すると、このときのギャップ長の逆数は、Fig.8に示すような関数となる。そしてFig.8に示した $Y(x)$ のFourier級数展開を行うと、Fig.8の関数は式(18)~(20)で表すことができる。

$$Y(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{jn\pi x}{L}\right) \quad (18)$$

$$c_0 = \frac{9u}{2Ll_g} \quad (19)$$

$$c_n = \frac{1}{n\pi l_g} \left\{ \exp\left(-\frac{jn\pi\delta}{L}\right) + 8\cos\left(\frac{n\pi}{9}\right)\cos\left(\frac{2n\pi}{9}\right)\cos\left(\frac{5n\pi}{9}\right) \right\} \times \sin\left(\frac{n\pi u}{2L}\right) \quad (20)$$

ここで式(20)を式(21)のように分解する。

$$c_n = \frac{1}{n\pi l_g} \left\{ 1 + 8\cos\left(\frac{n\pi}{9}\right)\cos\left(\frac{2n\pi}{9}\right)\cos\left(\frac{5n\pi}{9}\right) \right\} \sin\left(\frac{n\pi u}{2L}\right) + \frac{1}{n\pi l_g} \left\{ \exp\left(-\frac{jn\pi\delta}{L}\right) - 1 \right\} \sin\left(\frac{n\pi u}{2L}\right) \quad (21)$$

式(21)の右辺第一項は、式(8)と等価である。このことより $Y(x)$ を式(22)のように分ける。

$$Y(x) = Y_1(x) + Y_2(x) \quad (22)$$

ただし、 $Y_1(x)$ は式(6)~(8)、 $Y_2(x)$ は式(23)~(25)で表される。

$$Y_2(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp\left(\frac{jk\pi x}{L}\right) \quad (23)$$

$$c_0 = 0 \quad (24)$$

$$c_k = \frac{1}{k\pi l_g} \left\{ \exp\left(-\frac{jk\pi\delta}{L}\right) - 1 \right\} \sin\frac{k\pi u}{2L} \quad (25)$$

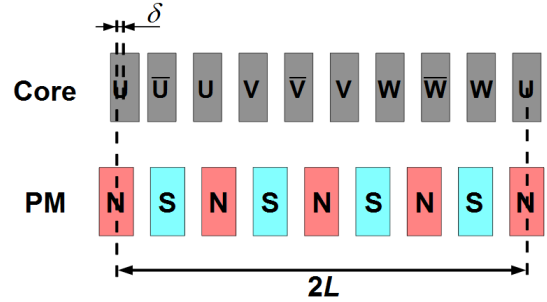


図7 電機子鉄心の歯先の製作誤差が生じた場合の8磁石9電機子極配置形PMLSMの解析モデル

Fig.7 Model of 8poles-9slots combination PMLSM considering manufacturing error

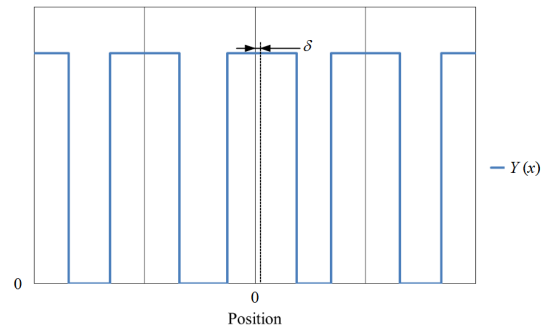


図8 製作誤差が生じた場合のギャップ長の逆数

Fig.8 Inverse of gap length considering manufacturing error

4.2 製作誤差を考慮した8磁石9電機子極配置形PMLSMのコギング力の導出

式(22)で示したギャップ長逆数の関数を用いると、空間磁束密度分布は式(26)で表される。

$$\begin{aligned} B_y(x) &= \mu_0 \Theta(x) Y_1(x) + \mu_0 \Theta(x) Y_2(x) \\ &= B_{y1}(x) + B_{y2}(x) \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、 $B_{y1}(x)$ は式(9)で表される。また $B_{y2}(x)$ は式(27)で表される。また c_k は式(25)、 c_m は式(5)で表される。

$$B_{y2}(x) = \mu_0 \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp\left(\frac{jk\pi x}{L}\right) \right] \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left(\frac{j(8m-4)\pi x}{L}\right) \right] \quad (27)$$

次に8磁石9電機子極配置形PMLSMの製作誤差が生じた場合のコギング力の定式化を行う。2.2で示したフレミング左手の法則を表す式(10)に式(26)を代入すると、磁石端部に加わる電磁力を示す式(28)が得られる。

$$\begin{aligned} F_e(x) &= (H_c l_m) \{ B_{y1}(x) + B_{y2}(x) \} z \\ &= (H_c l_m) B_{y1}(x) z + (H_c l_m) B_{y2}(x) z \end{aligned} \quad (28)$$

それぞれの磁石端部における等価電流の向きに注意して、2.3と同様にそれぞれの磁石端部に式(28)を適用する。ここで式(28)に示すように、電磁力の項は磁石数と電機子極数の組み合わせにより発生する力と、誤差によって発生する力に分けることができる。右辺第一項の電磁力はの総和は、2.3で導いた式(12)と一致する。よって式(28)の右辺第二項の電磁力の総和が、製作誤差により生じたコギング力となる。式(29)～(35)に8磁石9電機子極配置形PMLSMの製作誤差が生じた場合のコギング力の式を示す。

$$F(s, \delta) = F_1(s) + F_2(s, \delta) \quad (29)$$

$$F_1(s) = \frac{4\mu_0(H_c l_m)^2 z}{\pi l_g} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{j72n\pi s}{L}\right) \quad (30)$$

$$c_0 = 0 \quad (31)$$

$$c_n = \frac{1}{2n} \sin\left(\frac{36n\pi u}{L}\right) \sin\left(\frac{36n\pi w}{L}\right) \quad (32)$$

$$F_2(s, \delta) = \frac{\mu_0(H_c l_m)^2 z}{\pi l_g} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp\left(\frac{j8k\pi s}{L}\right) \quad (33)$$

$$c_k = \frac{-2j}{k} \sin\left(\frac{4k\pi u}{L}\right) \sin\left(\frac{4k\pi w}{L}\right) \left\{ \exp\left(-\frac{j8k\pi\delta}{L}\right) - 1 \right\} \quad (34)$$

$$c_0 = 0 \quad (35)$$

$F_1(s)$ は磁石数と電機子極数の組み合わせにより発生する力であり、 $F_2(s, \delta)$ は製作誤差により発生する力である。

4.3 磁石・電機子極の組み合わせと製作誤差を考慮したコギング力

式(36)～(42)に6磁石9電機子極配置形PMLSMの製作誤差が生じた場合のコギング力を示す。

$$F(s, \delta) = F_1(s) + F_2(s, \delta) \quad (36)$$

$$F_1(s) = \frac{4\mu_0(H_c l_m)^2 z}{\pi l_g} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{j18n\pi s}{L}\right) \quad (37)$$

$$c_0 = 0 \quad (38)$$

$$c_n = \frac{3}{2n} \sin\left(\frac{9n\pi u}{L}\right) \sin\left(\frac{9n\pi w}{L}\right) \quad (39)$$

$$F_2(s, \delta) = \frac{\mu_0(H_c l_m)^2 z}{\pi l_g} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp\left(\frac{j6k\pi s}{L}\right) \quad (40)$$

$$c_k = \frac{-2j}{k} \sin\left(\frac{3k\pi u}{L}\right) \sin\left(\frac{3k\pi w}{L}\right) \left\{ \exp\left(-\frac{j6k\pi\delta}{L}\right) - 1 \right\} \quad (41)$$

$$c_0 = 0 \quad (42)$$

次に求めた式を用いて、製作誤差により発生するコギング力と磁石・電機子極の組み合わせの関係性を評価した。ここでそれぞれの組み合わせにおいて本来発生すべきコギング力が0Nになるように、Table 3に示すように磁石幅、電機子鉄心の歯先幅、周期を設定した。またギャップ長、磁石長さ、磁石奥行き、磁石保持力に関しても、table 3に示すようにそれぞれ設定した。

表3 コギング力の製作誤差に対する感度解析に用いたPMLSMのパラメータ

Table 3 Parameters of PMLSM in analysis of cogging force caused by manufacturing error

Width of PM : w	6 mm
Width of armature core tooth : u	5 mm
Period : $2L$	90 mm
Length of PM : l_m	5 mm
Gap length between cores : l_g	7 mm
Depth of PM : z	30 mm
Coercive force : H_c	10^3 kA/m

そしてTable 3のパラメータを用いて、それぞれの組み合わせにおいて、製作誤差とコギング力との関係を計算した。8磁石9電機子極配置形PMLSMの製作誤差に対するコギング力の感度解析結果をFig.9に、6磁石9電機子極配置形PMLSMの製作誤差に対するコギング力の感度解析結果をFig.10に示す。

Fig.9とFig.10に示す結果より、本来発生するコギング力を0Nになるような設計をしても、製作の誤差によってコギング力が発生する。

次に定格推力が200NのPMLSMを設計する場合を想定し、コギング力を定格推力の5%以下、つまり10N以下に設計する場合を考える。それぞれの計算結果の最低次の項に注目すると、Fig.9, Fig.10より8磁石9電機子極PMLSMでは、要求を達成するには、製作誤差を0.1mm程度に抑えなければならない。一方で6磁石9電機子極配置形PMLSMの場合においても、製作誤差は0.2mm程度に抑えなければならない。このため二

つの組み合わせにおいて製作誤差に対する感度に差異はあるものの、製作誤差自体がコギング力の発生に大きく寄与してしまう。そのため構造の簡素化などにより、精度の高い製作が行えるような設計をすることが重要である。

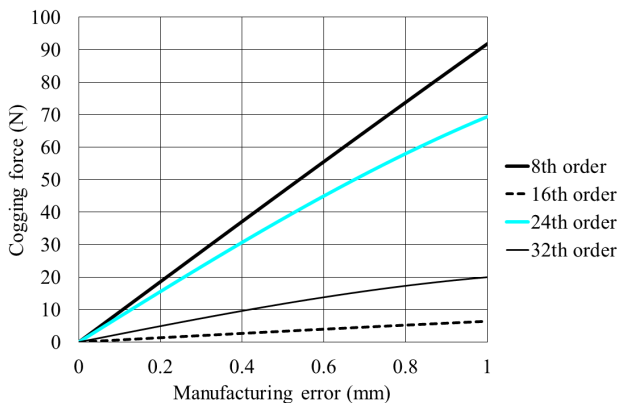


図9 8磁石9電機子極配置形PMLSMにおける製作誤差とコギング力の関係

Fig.9 Relationship between manufacturing error and cogging force in 8poles-9slots combination

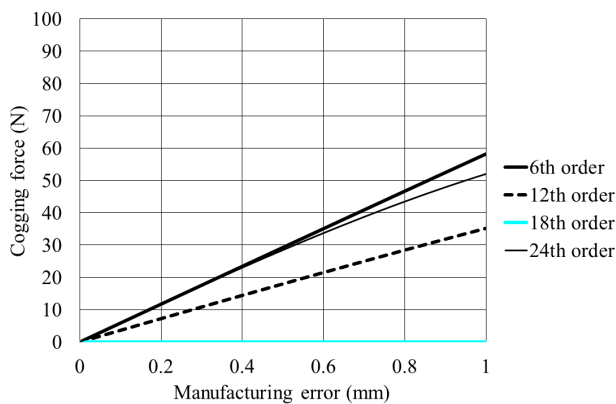


図10 6磁石9電機子極配置形PMLSMにおける製作誤差とコギング力の関係

Fig.10 Relationship between manufacturing error and cogging force in 6poles-9slots combination

5 まとめ

本論文では、PMLSMの磁石・電機子極の組み合わせと、コギング力の関係に注目した。PMLSMをモデル化し、8磁石9電機子極配置形PMLSMと6磁石9電機子極配置形PMLSMのコギング力を定式化した。そしてコギング力と磁石・電機子極との関係の評価した。まず8磁石9電機子極配置形PMLSMは6磁石9電機子極配置形PMLSMと比較して、発生しうる最大のコギング力が1/3であることを示した。また8磁石9電機子極の

組み合わせは、ポールピッチの変化に対してコギング力が0Nになる点が多いため、設計の自由度が高いことを示した。

次に製作誤差によるコギング力への影響を磁石と電機子極の組み合わせの観点から評価した。電機子鉄心の歯先の一つに誤差が生じた場合を考え、そのときに発生するコギング力を8磁石9電機子極配置形PMLSMと6磁石9電機子極配置形PMLSMについて定式化した。そして製作誤差に対するコギング力の感度解析を行った。解析結果より8磁石9電機子極配置形PMLSMは6磁石9電機子極配置形PMLSMと比較して、製作誤差に対する感度の差異はあるものの、製作誤差自体がコギング力の発生に大きく寄与することが分かった。

以上の評価より、8磁石9電機子極の組み合わせを適用すれば、コギング力の低減に大きく貢献できる。しかしコギング力は製作誤差に対する感度が高いため、構造を簡素にするなどの対策をとり、精度の高い製作ができるような設計が重要であると考えられる。

参考文献

- [1] 産業用リニア電磁駆動システムにおける要素技術調査専門委員会編: “産業用リニア電磁駆動システムにおける要素技術とその応用”, 電気学会技術報告 第1154号(2009)
- [2] 申重燮, 古関隆章, 金弘中: “磁束形円筒リニア同期モータの設計と磁束集中形界磁による大推力化の提案”, リニアドライブ研究会, LD-10-060, 2010
- [3] 信越化学工業 HP
<http://www.shinetsu.co.jp/>