数理計画法に基づく
旅客を考慮した異常時列車運行計画の最適化

千種　健二*　　古関　隆章（東京大学）
佐藤　圭介（財団法人　鉄道総合技術研究所）

A Passenger-Oriented Optimization of Train Rescheduling Based on Mathematical Programming

Kenji Chigusa*, Takafumi Koseki, (The University of Tokyo)
Keisuke Sato, (Railway Technical Research Institute)

Abstract

Once a disruption happens in highly-frequent railway transportation, delay propagates and causes big confusion. Then, rescheduling of train operation is conducted by train dispatchers to restore the operation to its normal status. However, it is a quite difficult and burden task due to a complexity of the operation and an absence of a quantitative evaluation. Consequently, a computer-aided rescheduling support system is strongly required.

In this paper, we present a Mathematical Programming approach for rescheduling, focusing on passengers' traveling time. Train operation and passenger flow are modeled as a Mixed Integer Programming (MIP), and we could get a suitable rescheduling-plan, utilizing several rescheduling methods.

キーワード：鉄道，運転整理，数理計画，混合整数計画，旅客流動
(Railway, train rescheduling, mathematical programming, mixed integer programming, passenger flow)

1.　はじめに

鉄道において、列車は綿密に定められた秒単位の運行計画（列車ダイヤ）にしたがって運行している。そのため、都市部などの高密度運行地域ではひとたび事故や災害などによる遅延が発生すると、広範囲に影響が及んでしまう場合がある。このとき、遅延の伝搬や混雑の発生を最小限にとどめるために行われる列車ダイヤの調整業務を、運転整理と呼ぶ。

運転整理業務の多くは人間の手によって行われているが、安全運行上の厳しい運行ルールや設備上の都合による数多くの制約を満たしつつ、様々な運転整理の手法を迅速かつ適切に組み合わせるのは非常に困難な作業であり、鉄道事業者にとって大きな負担となっている。このような背景から、計算機による運転整理支援システムの開発・導入が強く望まれている[(1)]。

運転整理計画の提示システムに関する研究では、迅速性の要求と問題の複雑さから、メタヒューリスティックと呼ばれる近似最適解を求めるための手法の検討が為されている[(2)(3)]。しかし、これらの手法で得られる解には最適性の保証がなく、局所最適解に陥る可能性をはらんでいる。

そこで、本稿では設定した評価指標について厳密に最適な解が得られる整数計画法を用いたアプローチについて提案する。運転整理に整数計画法を適用した研究としては、列車の総遅延時間を評価指標に設定したものなどが挙げられるが[(4)]、前述したような輸送需要の大きい都市部のダイヤで運転整理を行う場合には、旅客流動を適切に考慮する必要がある。また、ダイヤ乱れによって、旅客は混雑や乗り継ぎ回数の増加などの様々な不効用を被るが、最もその度合が大きいのは待ち時間を含む旅行時間の増大であると考えられる。したがって、筆者らは旅客の旅行時間に着目し、総旅行時間が最小となる列車ダイヤを求める混合整数計画問題として定式化を行った。

第 2 章では、主に旅客流動の定式化と目的関数について述べ、第 3 章において数値実験により本手法の有効性を検証する。

2.　総旅行時間最小化問題の定式化

〈2･1〉問題設定

複線区間における、普通列車と快速列車の 2 列車種別が混在する列車ダイヤを対象とし、何らかの障害によって初期遅

延が発生した際に、待ち時間を含む旅客の総旅行時間が最小となるような列車ダイヤを決定する。

また、旅客は平常時の OD データに基づいて各駅に一定のタイムステップ毎に出現し、目的地への最速達列車を選択するものと仮定する。計算量の問題から、ここでは旅客の乗換を排した場合について考える。乗換を認める場合については後述する。

このとき、機器や設備の性能上各列車が必ず満たさねばならない物理的制約条件、及び列車運行の運営上の都合により課される論理的制約条件を以下に示す。

【物理的制約】

① 各駅間の走行時間は定められた基準運転時分以上でなくてはならない
② 各駅での停車時間は定められた最小停車時分以上でなくてはならない
③ 各駅での進入・進出の際、先行列車との間隔は最小進入・進出時隔以上でなくてはならない
④ 単一番線上での追い抜きはできない
⑤ 各駅で同時に停車・通過できる列車数は、着発線数以内でなくてはならない

【論理的制約】

⑥ 計画時刻より早く出発してはならない
⑦ 同種別の列車間で追い抜きをしてはならない
⑧ 普通列車が快速列車を追い抜いてはならない

〈2･2〉定式化

〈2･2･1〉列車運行の定式化

駅sにおける列車jの着発時刻に対応する変数をそれぞれa_j^s, d_j^sとおく。次に、列車の順序関係を表すため、各列車間の前後関係に対応する変数を以下のように定義する。

$$x_{j,j'}^s := \begin{cases} 1 & \text{駅}s\text{において列車}j'\text{が列車}j\text{以降に発車する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

また、追い抜きの可否や番線の競合等を表現するため、駅sにおける列車jの番線利用の有無に対応する変数を導入する。

$$r_{j,q}^s := \begin{cases} 1 & \text{駅}s\text{において列車}j\text{が番線}q\text{を使用する} \\ 0 & \text{使用しない} \end{cases}$$

これらの変数、及び設定した基準走行時分や最小停車時分などのデータを用いることで、列車運行上の制約①~⑧が記述される。各制約の具体的な記述法については、筆者らの過去の文献(5)を参照されたい。

〈2･2･2〉旅客流動の定式化

駅o~d間を移動する旅客群kの、駅oにおける列車選択に対応する変数を以下のように定義する。

$$z_{k,j}^{od} := \begin{cases} 1 & \text{列車}j\text{に乗車する} \\ 0 & \text{乗車しない} \end{cases}$$

また、それぞれの旅客群kの列車選択に応じた、駅o~d間の旅行時間に対応する変数をτ_k^{od}とおく。

このとき、各旅客群の選択する列車は式(1)~(3)によって一意に定められる。式(1)~(3)はそれぞれ、問題設定から考えられる次の 3 つの旅客の列車選択のケースに対応している。

①快速通過駅から乗車する旅客
→ 普通列車に乗車
②快速停車駅から乗車し、快速通過駅で下車する旅客
→ 普通列車に乗車
③快速停車駅から乗車し、快速停車駅で下車する旅客
→ 普通列車もしくは快速列車に乗車

$$\sum_{j\in T_{loc}} z_{k,j}^{od} = 1 \qquad \forall o \in S_{loc}, \forall d \in S, \forall k \in K: o < d \quad (1)$$
$$\sum_{j\in T_{loc}} z_{k,j}^{od} = 1 \qquad \forall o \in S_{rap}, \forall d \in S_{loc}, \forall k \in K: o < d \quad (2)$$
$$\sum_{j\in T} z_{k,j}^{od} = 1 \qquad \forall o \in S_{rap}, \forall d \in S_{rap}, \forall k \in K: o < d \quad (3)$$

ここで、各集合の定義は以下の通りである。

S: 駅の集合, S_{loc}: 快速通過駅の集合, S_{rap}: 快速停車駅の集合
T: 列車の集合,T_{loc}: 普通列車の集合,T_{rap}: 快速列車の集合
K: タイムステップkの集合

次に、旅客群kの駅到着時刻をT_k^{pass}として与えたとき、T_k^{pass}より前に発車する列車jには乗車できないという物理的制約は、式(4)~(6)によって示される。

$$\frac{d_j^o}{T_k^{pass}} \ge z_{k,j}^{od} \quad \forall o \in S_{loc}, \forall d \in S, \forall j \in T_{loc}, \forall k \in K: o < d \quad (4)$$

$$\frac{d_j^o}{T_k^{pass}} \ge z_{k,j}^{od} \quad \forall o \in S_{rap}, \forall d \in S_{loc}, \forall j \in T_{loc}, \forall k \in K: o < d \quad (5)$$

$$\frac{d_j^o}{T_k^{pass}} \ge z_{k,j}^{od} \quad \forall o \in S_{rap}, \forall d \in S_{rap}, \forall j \in T, \forall k \in K: o < d \quad (6)$$

また、旅客群kの駅o~d間旅行時間τ_k^{od}の下限制約は、式(7)~(10)により示される。

$$\tau_k^{od} \ge 0 \qquad \forall o \in S, \forall d \in S, \forall k \in K \quad (7)$$
$$\tau_k^{od} \ge P_k^{od}\left(a_j^d - T_k^{pass}\right) - M \times \left(1 - z_{k,j}^{od}\right)$$
$$\forall o \in S_{loc}, \forall d \in S, \forall j \in T_{loc}, \forall k \in K \quad (8)$$
$$\tau_k^{od} \ge P_k^{od}\left(a_j^d - T_k^{pass}\right) - M \times \left(1 - z_{k,j}^{od}\right)$$
$$\forall o \in S_{rap}, \forall d \in S_{loc}, \forall j \in T_{loc}, \forall k \in K \quad (9)$$
$$\tau_k^{od} \ge P_k^{od}\left(a_j^d - T_k^{pass}\right) - M \times \left(1 - z_{k,j}^{od}\right)$$
$$\forall o \in S_{rap}, \forall d \in S_{rap}, \forall j \in T, \forall k \in K \quad (10)$$

Mは十分に大きな定数を表す。ここで、列車jが選択される場合には$z_{k,j}^{od} = 1$となって式(8)~(10)の右辺の第 2 項が消えるため、制約が有効になる。しかし、それ以外の列車が選択される場合には$z_{k,j}^{od} = 0$となって下限が負となるため、無効な制約となる。したがって、τ_k^{od}を最小にするような目的関数を設定することで旅客は最速達列車を選択し、同時にそのときの旅行時間が下限値として求まる。

次に、計算量を抑制するための制約を与える。式(11)~(13)は、列車jを選択した場合の旅行時間が、その列車が最速運転を行った時の所要時間以上でなければならないという制約を表す。この制約を加えることで、旅行時

間の下界値が改善される。

$$\tau_k^{od} \ \geq \ P_k^{od} \ \times \textstyle\sum_{s \in S:\, o \leq s < d} (LD_j^s + \ LR_j^s \ - LD_j^o \ ) \qquad \forall o \ \in S_{loc}, \forall d \ \in S, \forall k \in K, \forall j \in T_{loc} : o < d \ (11)$$

$$\tau_k^{od} \ \geq \ P_k^{od} \ \times \textstyle\sum_{s \in S:\, o \leq s < d} (LD_j^s + \ LR_j^s \ - LD_j^o \ ) \qquad \forall o \ \in S_{rap}, \forall d \ \in S_{loc}, \forall k \in K, \forall j \in T_{loc} : o < d \ (12)$$

$$\tau_k^{od} \ \geq \ P_k^{od} \ \times \textstyle\sum_{s \in S:\, o \leq s < d} (LD_j^s + \ LR_j^s \ - LD_j^o \ ) \qquad \forall o \ \in S_{rap}, \forall d \ \in S_{rap}, \forall k \in K, \forall j \in T_{rap} : o < d \ (13)$$

ここで、LD_j^s, LR_j^sはそれぞれ最小停車時分、基準走行時分を表す。

また、問題設定より、旅客群の出現時刻が列車jの計画発時刻D_j^o以前であるならば、それ以降に到着予定だった列車j'に乗車することはないので、列車選択に関する制約式(14)~(17)が加えられる。

$$\frac{T_k^{pass}}{D_j^o} \ \geq \ z_{k,j'}^{od} \qquad \forall o \ \in S_{loc}, \forall d \ \in S, \forall j, j' \in T_{loc}, \ \forall k \in K : o < d \ , j < j' (14)$$

$$\frac{T_k^{pass}}{D_j^o} \ \geq \ z_{k,j'}^{od} \qquad \forall o \ \in S_{rap}, \forall d \in S_{loc}, \forall j, j' \in T_{loc}, \forall k \in K : o < d, j < j' (15)$$

$$\frac{T_k^{pass}}{D_j^o} \ \geq \ z_{k,j'}^{od} \qquad \forall o \ \in S_{rap}, \forall d \in S_{rap}, \forall j, j' \in T_{loc}, \forall k \in K : o < d \ , j < j' (16)$$

$$\frac{T_k^{pass}}{D_j^o} \ \geq \ z_{k,j'}^{od} \qquad \forall o \ \in S_{rap}, \forall d \in S_{rap}, \forall j, j' \in T_{rap}, \forall k \in K : o < d \ , j < j' (17)$$

〈2･2･3〉目的関数

すべての OD の組み合わせ、およびすべてのタイムステップに出現する旅客群の旅行時間の総和が最小となるよう、目的関数を設定する。このとき、旅客は常に最速達列車を選択し、また、それら全ての旅客が要する旅行時間が最小となるような列車運行が実現される。

したがって、旅客の総旅行時間を最小化するという観点から見た異常時列車ダイヤ最適化問題は、以下に示す混合整数計画問題として定式化される。

$$\text{minimize:} \quad \sum_{o,d \in S: o \, < \, d} \ \sum_{k \in K} \tau_k^{od}$$

$$\text{subject to:} \quad 式(1)\sim(17)$$

3.　数値実験

仮想的な路線及びダイヤを設定し、数値実験により本手法の有効性について検証を行った。整数計画問題の求解には、2 章の定式化に基づき、数理計画問題を解くパッケージである CPLEX を利用した。また、計算には 6 コア, CPU: 3.20 GHz, メモリ: 12.0GB の PC を用いた。

対象路線には、全駅で退避可能であり、奇数駅が快速停車駅であるような 7 駅モデルを想定し、駅 1 の発時刻が早い列車から順に列番を与えた。また、タイムステップ毎の旅客数の算出に用いた、一時間あたりの仮想 OD データを表 1 に示した。

最適解を求めるにあたっては、回復運転のみを行った場合よりも遅延が拡大するようなケースは排除し、その際の遅延解消時刻以前に出現する旅客のみを扱った。これは、遅延解消後に出現する旅客の旅行時間には遅延の影響が及ばないためである。具体的には、最適化の第一段階として回復運転のみを行った場合のダイヤ（以降詰めダイヤとする）を作成し、対象駅のすべてにおいて遅延が解消する時刻を取得した。そして、最適化の第二段階において遅延の影響を受ける旅客群の行動を規定し、全旅客の総旅行時間が最小となる列車ダイヤを求めた。

以下に、列番 5 の駅 2 到着に 600 秒の遅延が発生したケースについての検証結果を示す。このとき、旅客流動を考慮すべき範囲は 0～90 分で、遅延の影響を被る旅客は 1440 人、運転整理の適用対象列車は 18 本であった。また、タイムステップの細かさは 2 分区切りとした。設定した平常時ダイヤと遅延発生時の詰めダイヤの比較を図 1 に、本手法によって得られた総旅行時間最小ダイヤと詰めダイヤの比較を図 2 に示した。図 2 の総旅行時間最小ダイヤでは、例えば駅 2 での列番 5 普通と列番 6 快速の発順序を変更することで、快速の速達性が確保されている。逆に、列番 7 普通や列番 8 快速については、あえて駅 2 での着発時刻を遅れさせることで輸送力の調整がなされている。

さらに、列車の総遅延を最小にするという観点から最適化したダイヤとの比較を図 3 に示した。図 3 から、総旅行時間最小ダイヤは速達性の面ではやや劣るものの、総遅延最小ダイヤと比べて障害発生箇所付近での各列車の運行間隔が適切に調整されており、現実の運転整理に近い結果が得られたといえる。

表 1　仮想 OD データ（1 時間あたり）

Table 1.　A model OD data per hour.

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	60	80	80	160	160	100
2	0	0	6	6	20	20	8
3	0	0	0	10	26	26	12
4	0	0	0	0	26	26	12
5	0	0	0	0	0	54	34
6	0	0	0	0	0	0	34
7	0	0	0	0	0	0	0

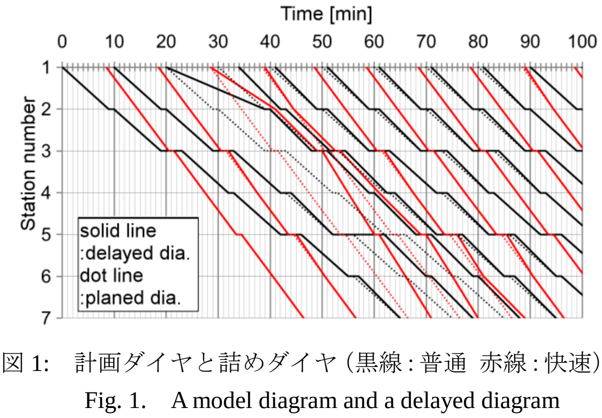


図 1:　計画ダイヤと詰めダイヤ（黒線 : 普通　赤線 : 快速）

Fig. 1.　A model diagram and a delayed diagram

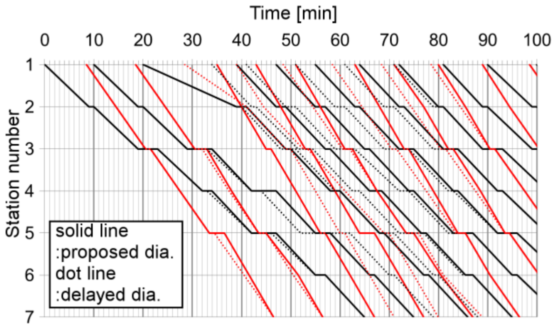


図 2:　総旅行時間最小ダイヤと詰めダイヤの比較

Fig. 2.　A comparison of proposed and delayed diagram

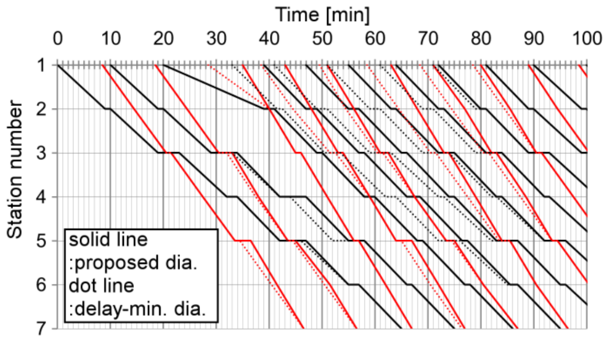
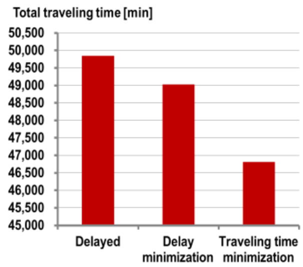


図 3:　総旅行時間最小ダイヤと総遅延最小ダイヤの比較

Fig. 3.　A comparison of proposed and delay-min. diagram

次に、旅客の総旅行時間を評価値とし、それぞれのダイヤを比較した。図 4 に総旅行時間を、図 5 に遅延の影響を被る旅客の人数で総旅行時間を割ったときの、一人当たりの平均旅行時間を示した。図 4 から、詰めダイヤと総旅行時間最小ダイヤを比較すると約 3000 分旅行時間が短縮されており、総遅延最小ダイヤと比較しても約 2200 分短縮されていることがわかる。これを旅客一人当たりに換算すると、図 5 に示されるようにそれぞれ約 2 分と 1 分半の差となり、提案手法によって大きな改善が得られることがわかった。



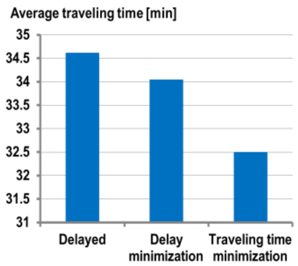


図 4:　総旅行時間の比較　　図 5:　平均旅行時間の比較

Fig. 4.　Total traveling time　Fig. 5.　Average traveling time

以上の結果より、旅客の総旅行時間を最小化するという観点から適切なダイヤが作成されたと考えられる。運転整理手法としては、時隔調整、待避変更、番線変更、番線使用順序変更を組み合わせて適用することが可能となった。

また、求解に要する時間について検証を行った。今回想定したケースにおいて、遅延の規模を変化させたときの結果を表 2 に示した。このとき、10 分以下の小～中規模の乱れに対しては最大でも 2~3 分程で解が求まっており、実用的な水準であるといえる。ただし、600 秒遅延発生時よりも 480 秒遅延発生時の方が計算に時間がかかっており、計算対象時間の長さだけでなく考えられる運転整理のパターンによって計算時間が変化することがわかった。さらに、ダイヤのパターンなどによっても計算時間は変化するため、より多くのケースでの検証が必要だと考えられるが、この結果からは本手法の有効性を確認することができた。

表 2　計算時間

Table 2.　Computation time

initial delay [sec]	**120**	**240**	**360**	**480**	**600**
time range [sec]	2520	3300	4260	5280	5400
no. of rescheduled trains	9	11	14	17	18
no. of influenced passengers	672	880	1136	1408	1440
cpu time [sec]	0.01	0.05	0.55	138.87	96.24

4.　まとめ

異常時の列車ダイヤ最適化問題について、離散的に出現する旅客群の列車選択を 2 値の決定変数により規定することで、旅客の総旅行時間最小化問題としての定式化を行った。既存の整数計画法を適用した研究とは異なり、列車遅延時間ではなく旅客の旅行時間を直接扱っているため、旅客の観点からみてより適切な異常時列車ダイヤの作成が可能となった。また一定規模の問題であれば、メタヒューリスティクスなどの大域的最適化手法では得られない、最適性の保証を持った列車ダイヤが実用的な時間で得られることが確認された。

今回は乗換を排したモデルを考えたが、$z_{k,j}^{od}$ を $z_{k,j,j'}^{osd}$ に置き換えることで、一回乗換を認めるモデルを定式化することが可能である。ただし、計算量・記憶容量の面に課題が残るため、定式化の更なる検討が必要であると考えられる。

文　　献

(1) (財) 鉄道総合技術研究所　運転システム研究室 :「鉄道のスケジューリングアルゴリズム」, NTS, pp1-194 (2005)

(2) 竹内友章, 安藤秀樹, 島田俊夫, 松崎元昭: 「遺伝的アルゴリズムを用いた列車運転整理ダイヤの作成」, 交通・電気鉄道研究会, TER-02-1 (2002)

(3) 國松武俊, 平井力, 村木国満, 高場基司: 「旅客の流動と評価に基づく運転整理案作成アルゴリズム」, 交通・電気鉄道研究会, TER-08-15 (2008)

(4) 安部恵介, 荒谷真二:「分枝限定法を用いた列車順序最適化手法」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 21, No. 5 (1985)

(5) 千種健二, 佐藤圭介, 古関隆章: 「数理計画法に基づく旅客の観点から見た異常時列車運行計画の最適化」, 交通・電気鉄道研究会, TER-10-057 (2010)