

# 超過角運動量に着目した空転再粘着制御

原 崇文\* 古関 隆章 (東京大)\*  
 槻木澤 佑公 (住友金属)\*\*

Readhesion control on excess angular momentum

Takafumi Hara\*, , Takafumi Koseki\*, , Yutaka Tsukinokizawa\*\*,

キーワード：空転 すべり速度 接線力 電気鉄道 粘着制御 超過角運動量

Keywords: slip slip velocity tractive force electric railway adhesion control excess angular momentum

## 1. はじめに

近年，地球の環境に対する意識から，環境負荷の小さい電気鉄道に注目が集まっている．電気鉄道は加速を行うときに伝えられる力である接線力が小さい．そのため，雨が降っている場合や枯れ葉がレールの上に落ちている場合は線路と車輪との間の摩擦力が減少し，空転と呼ばれる，車輪が一周分回転しても，車体が一周分進まない現象が起きる．一旦空転が生じると，エネルギー散逸や乗り心地の悪化，線路の破損が生じてしまう．そのため，車輪と線路が粘着していない空転状態から再び車輪と線路が粘着している粘着状態に戻して加速させる空転再粘着制御が必要である．

空転再粘着制御には，これまで様々な手法が考案されている<sup>(1)</sup>．最近では外乱オブザーバを用いて接線力トルクを外乱とみなしてそれを推定する手法に基づいた空転再粘着制御が開発され<sup>(2)(3)</sup>，実用化されている<sup>(4)</sup>．しかし，それらの手法は晩秋のレール上への落葉や冬季のレールへの積雪，着氷などによる極めて接線力係数の低い条件下<sup>(5)</sup>における再粘着の保障についての議論はなされていなく，いつ空転が収束するかやどれくらいモータトルクを絞るかは統計だった考え方に基づいて行われていない．

本稿では，超過角運動量という新しい概念を定義し，接線力係数が極めて小さくなる場合においても再粘着を保障する，再粘着制御系を提案する．

## 2. 空転現象の新たな見方

2.1 1軸ダイナミクスの解析 本節では車両の回転慣性部と並進質量部のトルク分配とすべり速度との関係を運動方程式より算出する．今回用いる各定数の説明を Table

1 に示す．

Table 1. 各定数の説明

記号	名前	単位
$J_R$	車輪を含む回転部の慣性モーメント	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
$J$	車体を含む並進部質量の等価慣性モーメント	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
$\omega_w$	動輪角速度	$[\text{rad}/\text{s}]$
$R_g$	ギア比	$[-]$
$M_R$	合成回転慣性等価質量	$[\text{kg}]$
$M$	1 動軸当たりの車体質量	$[\text{kg}]$
$v_b$	車体速度	$[\text{m}/\text{s}]$
$v_s$	すべり速度	$[\text{rad}/\text{s}]$
$\omega_s$	すべり角速度	$[\text{m}/\text{s}]$
$T_m$	モータトルク	$[\text{N} \cdot \text{m}]$
$T_L$	接線力トルク	$[\text{N} \cdot \text{m}]$
$r$	回転半径	$[\text{m}]$
$F_d$	走行抵抗	$[\text{N}]$

1 車体 1 動軸に簡易化した電気車の運動方程式を用いる．1 車体 1 動軸モデルとは Figure 1 に示すように通常 4 軸の電気車を 1 軸に換算したモデルである<sup>(6)</sup>．車両の並進方向

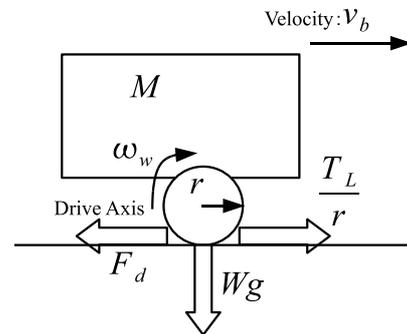


Fig. 1. 1 車体 1 動軸モデル<sup>(6)</sup>

の運動方程式を式 (1)，回転方向の運動方程式を式 (2)，すべり速度と回転速度，車体速度の関係の式を式 (3)，(4) に示す．

$$J_R \dot{\omega}_w = R_g T_m - T_L \dots \dots \dots (1)$$

\* 東京大  
 東京都文京区本郷 7-3-1  
 The University of Tokyo

\*\* 住友金属  
 茨城県鹿嶋市大字光 3  
 Sumitomo metals

$$M\dot{v}_b = \frac{T_L}{r} - F_d \dots\dots\dots (2)$$

$$v_s = r\omega_w - v_b \dots\dots\dots (3)$$

$$\omega_s = \omega_w - \frac{v_b}{r} \dots\dots\dots (4)$$

$$J = Mr^2 \dots\dots\dots (5)$$

$$J_R = MRr^2 \dots\dots\dots (6)$$

式 (1) を  $J_R$  で割り、それから式 (5) を用いて式 (2) を  $\frac{J}{r}$  で割ったものと差分をとると、すべり角加速度  $\dot{\omega}_s$  の微分値は式 (7) のようになる。

$$\dot{\omega}_s = \frac{1}{J_R} \left\{ R_g T_m - \left( 1 + \frac{J_R}{J} \right) T_L + \frac{J_R}{J} r F_d \right\} \dots\dots (7)$$

すべり角速度が発散する、つまりすべり角速度の微分値が正となると、空転がより拡大すると考えられる。式 (7) より、動輪のすべり角速度はモータトルク、接線力および走行抵抗に依存することがわかる。

### 2・2 超過トルクと超過角運動量 車輪に伝わった

トルクのうち、粘着し加速に使われず空回り（空転）に使用されてしまう超過トルク  $T_{ex}$  を式 (8) のように定義する。

$$T_{ex} = J_R \dot{\omega}_s = R_g T_m - \left( 1 + \frac{J_R}{J} \right) T_L + \frac{J_R}{J} r F_d \dots (8)$$

超過トルクの時間積分量を超過角運動量  $L_{ex}$  として式 (9) のように定義する。

$$L_{ex} = \int \left\{ R_g T_m - \left( 1 + \frac{J_R}{J} \right) T_L + \frac{J_R}{J} r F_d \right\} dt \dots (9)$$

以下では議論の簡略化のために走行抵抗  $F_d = 0$  として考える。走行抵抗が無い場合 ( $F_d = 0$ ) は超過トルク  $T_{ex}$ 、超過角運動量  $L_{ex}$  が式 (10)、式 (11) のようになる。

$$T_{ex} = R_g T_m - \left( 1 + \frac{J_R}{J} \right) T_L \dots\dots\dots (10)$$

$$L_{ex} = \int \left\{ R_g T_m - \left( 1 + \frac{J_R}{J} \right) T_L \right\} dt \dots\dots (11)$$

空転を収束、すべり角速度の発散を無くするためには、空転してから計算した超過トルク  $T_{ex}$  の積分量である超過角運動量  $L_{ex}$  を 0 にする必要があることがわかる。これよりすべり速度の時間微分値を 0 にすることが可能となる。

また、速く超過角運動量  $L_{ex}$  を 0 にするためにはできるだけ速い時間でモータトルクを引き下げ、超過トルクを負の値にすることが重要である。仮にモータトルクをすばやく絞り込まなかった場合、その間に生じた超過角運動量の補償するために空転収束が遅くなる。そのため、迅速な空転検知が必要となる。

## 3. 超過角運動量に着目した空転再粘着制御

### 3・1 接線力および接線力の時間微分値の推定 前

章で述べた超過角運動量  $L_{ex}$  および超過トルク  $T_{ex}$  の算出のために、接線力トルクを軸への負荷トルク  $T_L$  として推定する。

したがって、回転の運動方程式に基づいた式 (1) を用いて同一次元オブザーバを構成し、接線力トルク  $T_L$ 、および接線力トルクの微分値  $\dot{T}_L$  を推定する。これを式 (12) に示す。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_w \\ \hat{T}_L \\ \hat{\dot{T}}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_w \\ \hat{T}_L \\ \hat{\dot{T}}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_g}{J_R} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{H} \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_w \\ \hat{T}_L \\ \hat{\dot{T}}_L \end{bmatrix} - \omega \right) \dots (12)$$

### 3・2 空転検知における超過接線力係数微分値 従

来の空転検知方法<sup>(7)</sup>では軸角加速度と指令軸角加速度の差である値を用いて空転検知を行っていた。この値は軸角加速度と同じ微分次数である。しかし、軸角速度の次数では勾配によってバイアスされるため空転検知が遅れてしまうという問題点があった。本稿では、それより高次の微分量である超過トルクの微分値  $\dot{T}_{ex}$  を接線力係数のスケールにした超過接線力係数微分値  $\dot{\mu}_{ex}$  を用いることで勾配の影響を排除した空転検知を行われることが期待される。これを以下の式 (13) に示す。

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{ex} &= \frac{1}{Wgr} \dot{T}_{ex} = \frac{1}{Wgr} \left\{ R_g \dot{T}_m - \left( 1 + \frac{J_R}{J} \right) \dot{T}_L \right\} \\ &= \frac{1}{Wgr} \left\{ \frac{-p_1 p_2 p_3 s}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} R_g T_m - \left( 1 + \frac{J_R}{J} \right) \dot{T}_L \right\} \end{aligned} \dots (13)$$

ただし、 $W$  は一動軸あたりの静荷重、 $p_1, p_2, p_3$  は接線力トルクおよび接線力トルクの微分値を同一次元オブザーバによって推定したときの極である。式 (13) ではモータトルク  $T_m$  の純粋微分を避けるために接線力トルクの微分値と同じ時定数 5 ms で微分した。

### 3・3 再粘着のためのトルク指令（引き下げ時）

#### 3・3・1 空転時の超過角運動量の簡略化 巨視すべ

り領域で空転が徐々に悪化する条件の下で超過トルクの元となる、車体を並進運動される電動機トルクと接線力トルクを見る。車両の並進方向の運動方程式を式 (14)、回転の運動方程式を式 (15) に再掲する。

$$J_R \dot{\omega}_w = R_g T_m - T_L \dots\dots\dots (14)$$

$$M\dot{v}_b = \frac{T_L}{r} \dots\dots\dots (15)$$

式 (14)、式 (15) から、すべり速度の微分は式 (16) のようになる。

$$\dot{v}_s = \frac{R_g}{J_R} r T_m - r \left( \frac{1}{J} + \frac{1}{J_R} \right) T_L \dots\dots\dots (16)$$

$\mu(v_s)$  をすべり速度によって決定される接線力係数と仮定すると、接線力トルクが  $T_L = \mu(v_s) Wgr$  となる。この接線力係数 - すべり速度の関係特性は Figure 2 のように考える<sup>(7)</sup>。Figure より、接線力係数が最大となるすべり速

度より大きい範囲（巨視すべり領域と呼ばれる車輪とレールが粘着していない状態）では接線力係数 - すべり速度の関係特性は直線で近似することができることが確認される。このことから、接線力係数 - すべり速度の関係特性の頂点より右側の領域を式 (17) として近似すると、すべり速度の時間微分値  $\dot{v}_s$  は式 (18) のように表される。

$$\mu(v_s) = a - bv_s \quad (17)$$

$$\dot{v}_s = \frac{R_g}{J_R} r T_m - r^2 \left( \frac{1}{J} + \frac{1}{J_R} \right) W g a + r^2 \left( \frac{1}{J} + \frac{1}{J_R} \right) W g b v_s \quad (18)$$

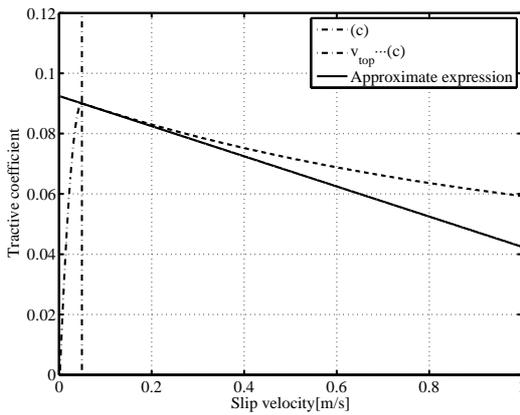


Fig. 2. 曲線を直線近似した例

$r^2 \left( \frac{1}{J} + \frac{1}{J_R} \right) W g b v_s$  が他と比較して十分に小さい時、すべり速度の時間特性は、式 (19) のように表される。

$$v_s = C_1 t + C_2 \dots \dots \dots (19)$$

$$C_1 = \frac{R_g}{J_R} r T_m - r^2 \left( \frac{1}{J} + \frac{1}{J_R} \right) W g a (< 0) \dots (20)$$

これより、式 (17)、式 (19) より、接線力係数は式 (21) のように近似される。

$$\mu(v_s) = (a - bC_2) - bC_1 t \dots \dots \dots (21)$$

$C_1, C_2$  は定数である（空転が拡大するとき、 $C_1 > 0$ ）。よって、電動機トルク  $R_g T_m$  および接線力トルク  $(1 + \frac{J_R}{J}) T_L$  は一次関数的になる。また、電動機トルクと接線力トルクの差である超過トルク  $T_{ex}$  は一次関数と近似できることがわかる。つまり、超過トルクを積分した超過角運動量  $L_{ex}$  は台形状となり、簡易な計算で求めることが可能であることが特徴である。

よって、巨視すべり領域での滑りを直線状に近似したことに加え、接線力係数 - すべり速度の特性の頂点における接線力係数と滑っているときの接線力係数の差が無視できるほど小さいという仮定の下では超過角運動量が台形状であることがわかったので、これを用いて以降の議論を進める。

**3.3.2 空転発生、検知後からトルク引き下げ時の超過角運動量** 空転検知後すぐにトルクを引き下げるのでは

なく、ある決まった時間  $\tau_1$  [s] 待ってから、トルクの引き下げを行うということ今回提案する。これは、すぐにトルクを引き下げてしまうと、ほとんど接線力トルクの情報が入ってこないまま、再粘着してしまうのに対し、ある決まった時間待つことで、どれくらいの引き下げをすれば、何秒後ぐらいに再粘着するかということがわかる。空転検知後  $\frac{\tau_1}{2}$  [s] のときの電動機トルク  $R_g T_m$  と接線力トルク  $(1 + \frac{J_R}{J}) \hat{T}_L$  の差を  $T_{ex, \frac{\tau_1}{2}}$  とする。滑りが拡大しているときの超過角運動量  $L_{ex, \tau_1}$  は式 (22) であらわされる。

$$L_{ex, \tau_1} = \tau_1 T_{ex, \frac{\tau_1}{2}} \dots \dots \dots (22)$$

面積近似の概念を Figure 3 に示す。

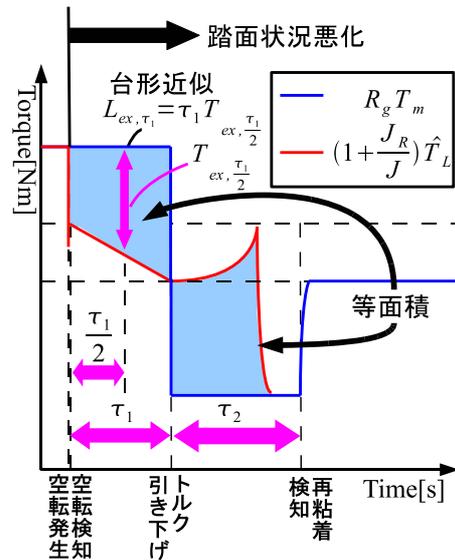


Fig. 3. 超過角運動量の面積近似

**3.3.3 トルク引き下げから再粘着検知するまでの超過角運動量** 巨視すべり領域での滑りを直線状に近似したことに加え、接線力係数 - すべり速度の特性の頂点における接線力係数と滑っているときの接線力係数の差が無視できるほど小さいという条件下で超過角運動量は台形状に近似されるということは前小節で言及した。

本節では、3.3.1 節で述べた台形状の超過角運動量に関して、トルクを引き下げた時点で何秒後までに空転が収束するかというのを決めることを考える。3.3.2 節のようにトルク引き下げから粘着検知までの時間の半分の時間で超過トルクを予測できないので、今回はこの方法は用いない。

ここでは空転が収束するという条件を用いて、解析を試みる。空転が収束に向かうということは  $\dot{v}_s < 0$  を意味するため、式 (17) より、 $\dot{\mu}(v_s) > 0$ 、つまり  $\hat{T}_L > 0$  である。よって、超過角運動量を長方形で近似し、空転発生、検知後からトルク引き下げ時の超過角運動量と同じとなればよい。この方法の問題点としては、実際に角運動量が保存される時間と、長方形近似を用いて再粘着検知した時間に差

が出ることである。

この概念を Figure 4 に示す。長方形近似した面積が実際の超過角運動量より大きくなっており、より多く補償されていることが確認される。よって、長方形近似の有用性が

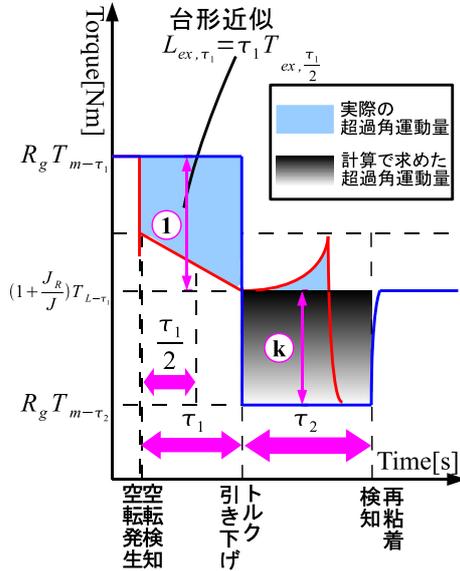


Fig. 4. 引き下げトルクの決定の概要

わかったので、以下のように文字を定義し、出力トルクの定義を行う。空転時にモータの出しているトルクを  $T_{m-\tau_1}$ 、トルクを引き下げたときのトルクを  $T_{m-\tau_2}$ 、トルクを引き下げたときの接線力推定トルクを  $(1 + \frac{J_R}{J}) T_{L-\tau_1}$  とする。 $k$  はトルク引き下げ定数とする。ここで、トルク引き下げ直前の超過トルクの  $k$  倍引き下げるとすると、空転前後でのモータトルク、接線力の関係は式 (23) のように表される。トルクを引き下げた後の入力トルクは式 (24) のようになる。

$$\left(1 + \frac{J_R}{J}\right) T_{L-\tau_1} - R_g T_{m-\tau_2} = k \left\{ R_g T_{m-\tau_1} - \left(1 + \frac{J_R}{J}\right) T_{L-\tau_1} \right\} \quad (23)$$

$$T_{m-\tau_2} = \frac{1+k}{R_g} \left(1 + \frac{J_R}{J}\right) T_{L-\tau_1} - k T_{m-\tau_1} \quad (24)$$

空転を収束させるためのモータトルク  $T_{m-\tau_2}$  は式 (24) のようにわかる。このモータトルク  $T_{m-\tau_2}$  を使用すれば、空転検知してから、 $\tau_1 + \tau_2$  s 後に空転が収束していることがわかる。

**3.3.4 再粘着のためのトルク指令 (引き上げ時)**  
トルクの引き上げ方法について述べる。接線力係数 - すべり速度の関係のグラフは頂点を持つ曲線なので、トルクを引き下げる前の接線力トルクより多くの接線力トルクを持つことができると考えられる。そこで、トルクを引き下げる前の接線力トルクまで引き上げることとする。これを Figure 4 に示す。

**3.4 機械系保護のためのトルク指令制御** 電気鉄道車両の駆動系はギアを用いているため、その著しい磨耗を防止するためトルク指令が短い時間スケールにおけるゼ

ロクロスを防止する必要がある。

したがって、最低出力トルク  $T_{min}$  を用いて Figure 5 に示すようにモータトルク指令値を  $T_{min}$  以上となるように制限する。

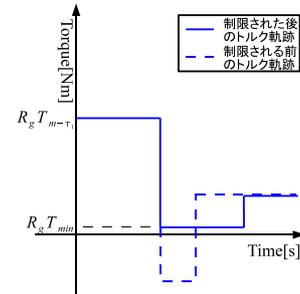


Fig. 5. トルク制限図

#### 4. まとめと今後の課題

本稿では、劣悪な路面状態でも確実に粘着することができる空転再粘着制御について提案した。提案する超過角運動量の面積近似を用いた方法の特長を以下に述べる。

- (1) 決まった時間、空転をさせることでその間に接線力トルクの情報や空転情報が正しいかどうかの情報を得て、接線力トルクなどの情報を得ることで確実に再粘着できる。
- (2) 空転検知してからトルクを引き下げるまでの時間と空転前のモータトルクと接線力トルクの何倍のトルクを引き下げたかという情報により、いつ確実に再粘着するかがわかる。
- (3) 超過トルクの計算を簡易化することで、具体的に超過角運動量が求まり、それを用いた再粘着制御を提案した制御に生かすことができた。

今後の課題はトルクの引き上げ方法の明確化と勾配抵抗や走行抵抗などの走行抵抗の外乱の考慮である。

#### 文 献

- (1) 鉄道システムにおける粘着制御技術調査専門委員会：“鉄道車両における粘着制御技術”，電気学会技術報告，No. 673 (1998)
- (2) 大石潔・小川泰明・中野建・宮下一郎・保川忍：“1次外乱オブザーバに基づく電気車の空転再粘着制御方式”，電気論 D, 120, 3, pp.382-389 (2000-3)
- (3) 門脇悟志・大石潔・宮下一郎・保川忍：“外乱オブザーバと速度センサレスベクトル制御による電気車 (2M1C) の空転再粘着制御の方式”，電気論 D, 121, 11, pp.1192-1198 (2001-11)
- (4) 門脇 悟志・畑 正・廣瀬 寛・大石 潔・飯田 哲志・高木 正志・佐野 孝・保川 忍：“速度センサレスベクトル制御・外乱オブザーバによる空転再粘着制御の実車両への適用とその評価.205 系 5000 番代電車における実例.”，電気論 D, 124, 9, pp.909-916 (2004-9)
- (5) 永瀬 和彦・田川 直人・前橋栄一・野元浩・沖倉桂：“レール・車輪間の粘着に関する実態調査の研究 (第 3 報)”，第 24 回 鉄道におけるサイバネティクス利用国内シンポジウム論文集 (1987)，pp. 282-286
- (6) 原崇文，槻木澤佑公，古閑隆章，村端章浩，岡山秀夫，“電気車における推定接線力，すべり速度情報を活用した再粘着制御”，TER-10-38
- (7) 槻木澤佑公，古閑隆章，根来秀人，村端章浩，“電気車の再粘着制御時における接線力特性軌跡と再粘着可能性 - 一軸モデルに基づく計算 - ”，TER-08-37