

# 等価回路定数を機械的速度の関数とする リニア誘導モータの近似モデルとその同定法

山口 瑛史\* 野崎 雄一郎\* 古関 隆章\*\*

## Approximation Model and Identification Method of Equivalent Circuit of Linear Induction Motors Based on Secondary Speed

Terufumi Yamaguchi\*, Yuichiro Nozaki\*, Takafumi Koseki\*\*

A linear induction motor (LIM) has advantages of low cost, robust structure, direct drive etc. For utilizing LIM for high-speed transportation, it is necessary to consider the end-effect which decreases thrust in high-speed. In this paper, we propose the equivalent circuit of LIM based on that of a rotary induction motor. We assume the end-effect is a function of secondary speed, and decide circuit constants in various speeds by using electromagnetic analysis or measurements. It is shown that the characteristics of LIM in actual operating point can be calculated by this method.

キーワード：リニア誘導モータ，端効果，速度依存性，等価回路

**Keywords** : Linear Induction Motors, End-Effect, Speed-dependence, Equivalent Circuit

### 1. はじめに

現在、リニアモータを駆動力として用いる交通システムが多く実用化され、また実用化を目指して研究されている。その中でもリニア誘導モータ（Linear Induction Motor、以下 LIM と略す）は二次側がリアクションプレートといった導体板のみで構成されるため、構造が非常に簡単であり堅牢、保守が容易である。また直接駆動により従来の鉄道における厄介な問題である粘着から解放されるため、急勾配や急曲線に強く、空転もなくなり、自動運転との親和性や磁気浮上との相性がよい。そのため駆動システムに LIM を用いた HSST やリニアメトロの普及が進んでいる<sup>(1)</sup>。

すでに営業運転を行っているこれらの交通システムは比較的低速で走行するものであるが、将来実用化を目指して検討されている高速交通の駆動システムとして LIM を適用する際には、「端効果」が問題となる。LIM はその構造上、回転型誘導モータと異なり端が存在することにより、高速になるほど推進力が低下してしまうという特性がある。そのため、高速交通用の LIM を設計し、また制御方法を決めるには端効果の影響を考慮することが必要になる。

本稿では、LIM の実機による測定、または電磁界解析の

結果を、端効果が機械的速度の関数であるという仮定のもとで回転型誘導モータの等価回路に適用し、実用する動作点で役に立つ、LIM 特有の効果を含めた等価回路を決定する方法を提案する。また、実機による測定の負担の軽減や電磁界解析の計算コストを削減するため、少数の動作点における測定や解析結果から、多数の動作点における特性を推定する手法について述べる。

### 2. LIM の端効果

一般的に回転型誘導モータは、二次側回転子鉄心の外側に一次側固定子巻線を配置した構造になっている。LIM は回転型誘導モータの軸を中心に平面に切り開いた構造となっており、同様の描き方をすると回転型誘導モータは無限の長さを持つのに対し、LIM は有限の長さになるため端が存在する。車両駆動用に LIM を適用する際は長さが長くなる地上を二次側、車両を一次側とすることでコストを低減させるのが一般的である。

ここで、図 1 のように車両（一次側）が左向きに進行している場合に二次側から一次巻線が作る磁束を観測することを考える。まず、これから LIM が接近してくる左側（入口端）で観測すると、それまで 0 であった磁束が急激に立ち上がろうとする。一方、LIM が離れていく右側（出口端）で観測すると、それまで存在していた磁束が急に消失しようとする。従って、入口端、出口端それぞれにおいて起ころうとする急激な磁束変化を妨げるように、二次側に渦電流が発生する。これにより、実際観測される磁束は入口端

\* 東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻  
Department of Electrical Engineering School of Engineering,  
The University of Tokyo

\*\* 東京大学大学院情報理工学系研究科電子情報学専攻  
Department of Communication and Information School of  
Information Science and Technology, The University of Tokyo

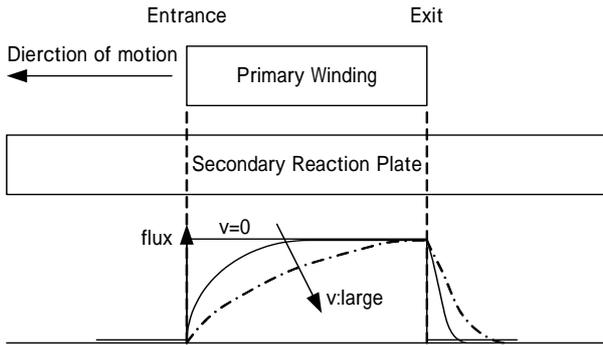


Figure 1. Model of LIM and its flux distribution

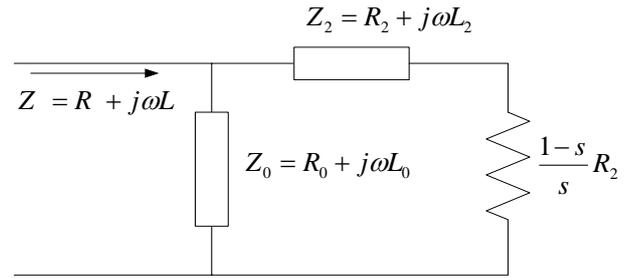


Figure 2. An equivalent circuit of induction motor (per phase)

では緩やかに立ち上がり、出口端では徐々に消失していく波形となる。回転型誘導モータでは端がないため常に均一な磁束が生じているが、LIM ではこのように端の存在のため不均一な磁束分布となる。これが端効果である。

ここで一次側の移動速度を変化させて二次側の定点から磁束を観測すると、移動速度が低速の際は立ち上がった後の磁束を観測できる時間が長く、高速の際は立ち上がりきるまでの時間が長く観測されるようになる。従って高速になるほど観測できる磁束が小さくなるため、発生する推進力も小さくなる。すなわち、高速になるほど端効果の影響は大きくなる。

### 3. 誘導モータとしてのLIMの等価回路とその表現

回転型誘導モータは回転速度による特性の変化はないため、等価回路の各回路定数は速度によらない定数として扱うことが可能である。一方LIMは前章で述べたように、端効果の影響により機械的速度によって推進力が変化する。従ってLIMの等価回路を決定するには速度依存性を考慮する必要がある。

図2は回転型誘導モータの一相あたり等価回路であるが、本研究ではこの回路をLIMの等価回路として適用することを考える（なお、一次巻線のインピーダンスは0として扱う）。回転型誘導モータでは $R_0$ などの回路定数は一定であるが、LIMの等価回路として適用するために端効果を考慮に含み、これが機械的速度の関数、すなわち各回路定数が速度の関数として表現できるものと考え、 $R_0(v)$ のように扱うこととする。また、回転型誘導モータの場合は三相平衡状態を考えるため、各相の等価回路が同一であるとして扱えるが、LIMの場合は巻線の構造が三相で対称になっておらず、三相不平衡状態が生じる。そこで本研究では、各相の等価回路はそれぞれ独立であるとして取り扱う。

### 4. 回路定数の同定法

4.1 回転型誘導モータにおける回路定数同定法とLIMへの適応の問題点 回転型誘導モータの回路定数は速度依存性がないため、一次巻線のインピーダンスを除い

た4つの回路定数はすべり0の無負荷状態と、すべり1の拘束状態という2つの動作点でインピーダンスを測定することにより決定することが可能である。

しかし、速度依存性を考慮したLIMの等価回路は、機械的速度によって回路定数が変化するため、各速度ごとに測定を行う必要がある。さらに、LIMは回転型誘導モータと同様のすべり数%という状態で運転すると、端効果が顕著となり効率が悪くなるため、すべり十数%程度を動作点として使用している。従って、すべり0、1という状態は通常の動作点からは大きく離れ、これによって決定される等価回路では各種特性を十分に反映させることが不可能であると考えられる。

4.2 LIMにおける回路定数同定法の提案 前項の考察により、通常の回転型誘導モータの回路定数同定法をそのままLIMの等価回路に適用することは不可能である。そこで、本稿では実際に使用する動作点、すなわち実用的な範囲での動作点における測定に基づいた回路定数の同定法を提案する。

まず、同定に用いる動作点としては、実際に使用するすべりの領域を用いることとする。前項のように2つの動作点を用いれば、図2の4つの回路定数を定めることができるが、本研究においては実用する領域において精度よく特性を表現するため、各速度ごとに力行側、再生制動側の動作点近辺の各3点ずつ、計6点を回路定数決定のための参照点として選ぶ。この6点の周波数 $f$ を $f_1, f_2, \dots, f_6$ とする。

次に、その6点における実機による測定、または電磁界解析を行い、インピーダンスを測定する。ここでは実機による測定の際の取り扱いを容易にするため、インピーダンスは複素数 $Z=R+jX$ ではなく、絶対値と力率 $\cos$ として扱う。

一方各回路定数は機械的速度の関数であると仮定しているため、ある速度 $v$ における回路定数を $R_0(v), L_0(v), R_2(v), L_2(v)$ と適当に定めれば、一次側から見たインピーダンスの絶対値、力率 $\cos$ を速度一定の条件下での周波数 $f$ の関数として描くことができる（図3）。

この等価回路から計算されるインピーダンスの絶対値、

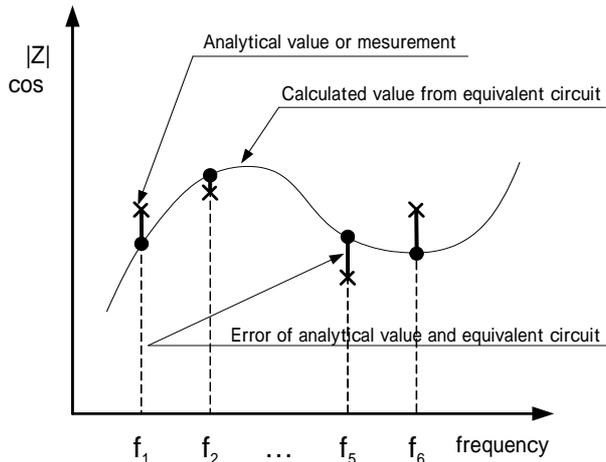


Figure 3. Error of analytical value and equivalent circuit

力率と上記の 6 点における解析値・測定値との差が充分小さければ、図 2 の等価回路によって実用上の範囲で LIM の特性が表現可能であると考えられる。すなわち、等価回路による計算値と解析値の誤差を最小とする  $R_0$ 、 $L_0$ 、 $R_2$ 、 $L_2$  を定めればよく、これはインピーダンスの絶対値と力率の 2 つの目的を最適化する多目的最適化問題となる。これは、次のように定式化される。

先に選んだ 6 点  $f_i (i=1, 2, \dots, 6)$  における解析値・測定値による絶対値を  $|Z_{mi}|$ 、力率を  $\cos \varphi_{mi}$  とし、等価回路から計算される絶対値を  $|Z_i|$ 、力率を  $\cos \varphi_i$  とすると、目的関数  $F$  は

$$F = \sum_{i=1}^6 \left\{ \alpha \left( \frac{|Z_{mi}| - |Z_i|}{|Z_{mi}|} \right)^2 + (1 - \alpha) \left( \frac{\cos \varphi_{mi} - \cos \varphi_i}{\cos \varphi_{mi}} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

と表される。第 1 項はインピーダンスの絶対値、第 2 項は力率の誤差を表現しているが、それぞれ単位が異なる項目なので正規化し、自乗誤差の割合の和をとることになる。また第 1 項の係数  $\alpha$ 、第 2 項の係数  $(1 - \alpha)$  は絶対値、力率の誤差という 2 つの目的を単一の目的関数に帰着させるための重み係数であり、

$$\alpha = 0.5$$

を満たしている。  $\alpha$  が 0 に近いほど力率を重視し、1 に近いほど絶対値を重視した目的関数となる。本研究においては、絶対値・力率とも精度よく表現する必要があるため、両方の重み係数が等しくなるよう

とする。

(1) 式の目的関数の最小化には、数値計算ツール MATLAB の関数 `fminunc` を利用する。この関数は与えた初期値から探索を開始し、多変数関数の最小値を求めるものである。与える初期値は次のように決める。

等価回路を求めるための速度を  $v_1$ 、 $v_2$ 、 $\dots$ 、 $v_n$  とし、これらの速度の間には

$$v_1 < v_2 < \dots < v_n$$

の関係があるとする。

まず、4.1 項の回転機と同様な手法により最も低い速度に  $v_1$  における回路定数を求め、これを速度  $v_1$  における探索の初期値とする。これは、低速においては端効果の影響は小さいため、回転型誘導モータと LIM を同様に扱っても問題ないと考えられるからである。この初期値を元に最適化計算を行い、誤差を最小とする回路定数  $R_0(v_1)$ 、 $L_0(v_1)$ 、 $R_2(v_1)$ 、 $L_2(v_1)$  を求める。なお、本研究においては、後述する電磁界解析において鉄損を考慮しないため、 $R_0$  は常に 0 であるとして扱う。

次に、速度  $v_1$  における最適値を速度  $v_2$  での探索の初期値とし、速度  $v_2$  での回路定数を決定する。以下同様に速度  $v_m (m=1, 2, \dots, n-1)$  での誤差を最小とする回路定数を、速度  $v_{m+1}$  における探索の初期値として用い、各速度の回路定数を決定する。

ここまで述べた回路定数同定の手順をまとめる。

- (1) 各速度ごとに、実際使用する動作点付近のすべりにおける周波数を選ぶ。また、最低速度  $v_1$  においてはすべり 0、1 の状態も考える。
- (2) (1) の速度、周波数において実験または電磁界解析によりインピーダンスの絶対値と力率を測定または解析する。
- (3) 最低速度  $v_1$  において、無負荷状態、拘束状態を仮定して求めた回路定数を初期値として、(1) 式で表される等価回路による計算値と解析値の誤差を最小とする回路定数を探索する。
- (4) 以下、順次速度を大きくしながら、1 つ前の速度における結果を初期値として各速度における回路定数を決定する。

4.3 二次元差分法による解析 前項で提案した手法では、等価回路による計算値と、実験による測定値または電磁界解析による解析値との誤差を最小とするように選ぶと述べたが、本稿では電磁界解析による解析値を用いることとする。

図 4 に本研究で対象とする LIM のモデルを示す<sup>(2)</sup>。これは車両用 LIM の例として 200km/h 以上での高速走行を目指して検討されている HSST-200 型のものである。

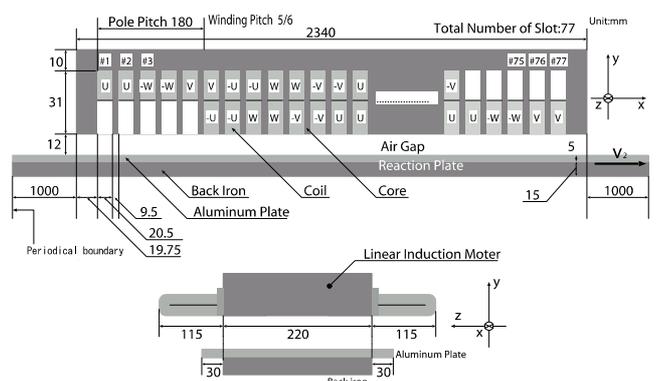


Figure 4. Analytical model of LIM (HSST-200)

このモデルについて電磁界解析を行うに当たり、その解析方法としては二次元差分法 (Finite Difference Method: FDM) を用いる。二次元解析であるため、積圧方向 (図 4 中の  $z$  方向) に関してはベクトルポテンシャルが一定であるとして扱うため横方向の効果は考慮できないが、ここで問題としている端効果や三相不平衡性に関しては短時間で精度よく解析を行うことができる。本研究では 13 種の速度に対して力行、回生制動各 3 点、計 78 点での電磁界解析を行ったが、計算時間は約 1 日であった。

## 5. 電磁界解析と等価回路による特性

5.1 電磁界解析による特性 4.3 項の二次元差分法により得られた、速度一定の条件におけるインピーダンスの絶対値、力率の周波数特性をそれぞれ図 5、図 6 の実線で示す。図 5 においては絶対値が極大となる周波数が低いほど、図 6 においては力率が 0 になる周波数が低いほど、速度が低い時の特性を示しており、最も低速の場合は 10km/h、最も高速の場合は 240km/h である。また、各速度に対して同期速度となる周波数は、図 5 では絶対値が極大となる周波数、図 6 では力率が 0 となる周波数である。また、4.2 項で述べた実用上の動作点は、力行時は同期速度となる周波数より高周波側に、回生制動時は低周波側にずれた点である。

図 7 の実線はすべり周波数一定、電流一定で駆動したときの推進力を示したものである。回転型誘導モータでは同様の条件で駆動すると速度によらず一定のトルクとなるが、LIM では端効果により速度の上昇に伴って推進力が低下していることが分かる。

5.2 等価回路による特性 - 速度の離散値としての等価回路 前項の電磁界解析の結果に基づき、4.2 項の提案手法により求めた等価回路から得られる特性を図 5、図 6 の鎖線に、またすべり周波数一定、電流一定で駆動した時の推進力を図 7 の印で、この時の回路定数を図 8 の印で示す。ここでは電磁界解析を行った速度ごとに等価回路を定めているため、推進力、回路定数は速度の離散値として求められる。そのため、図 7 と図 8 では点列として描かれている。また、図 5、図 6 から定格速度である 140km/h の周波数特性のみを改めて描いたのが図 9、図 10 であり、実用上の領域を矢印で示す。

図 5、図 6 より電磁界解析による結果と比較すると、まず力率が低周波時のずれが顕著であるように見えるが、大きくずれているのは誤差の評価をしていない領域、すなわち通常の動作点ではない領域であり、本研究では対象外としている領域である。5.1 項で述べた実用上の領域に限定して比較すると、インピーダンスの絶対値、力率共に誤差は数%から最大でも 10%程度である。また、図 7 より推進力について比較すると、等価回路から計算される結果の方が約 300N、割合としては最大で 10%ほど大きくなっている。更に図 8 より、各回路定数については  $L_0$  と  $R_2$  は速度に対する

相関関係が明確に現れているが、 $L_2$  は相関関係がないことが分かる。

このうち  $L_0$  は速度の上昇につれて小さくなり、 $R_2$  は大きくなっているが、これは定性的には次のように説明できる<sup>(3)</sup>。端効果の影響で高速になるほど推進力は低下するが、これは 2 章で述べたように、高速になるほど磁束の立ち上がりが遅くなり、二次側の鎖交磁束が小さくなるためである。すなわち、励磁インダクタンス  $L_0$  が小さくなることで表現される。また、磁束変化を打ち消す渦電流も高速になるほど大きくなるため、損失が大きくなる。従って  $R_2$  が速度の増加とともに大きくなると考えられる。

5.3 等価回路による特性 - 速度の関数としての等価回路 前項の等価回路は各速度ごとに求めたものを並べただけであり、速度の関数になっているとは言えない。そこで、得られた特性を適当な関数に表現することを考える。すなわち、図 8 の回路定数と速度の関係にある関数により近似する。本研究においては可能な限り低次の多項式により特性を近似できるものとして二次関数を用い、最小二乗法により関数の式を決定した。これを用いて描いた特性が図 5 ~ 図 10 の破線のグラフである。図 9、図 10 に示すような実用上の領域においては、電磁界解析から得られる特性を充分反映しているといえる。また、図 11 は定格周波数である 110Hz おける速度と推進力の特性を電磁界解析 (実線) と二次関数近似による等価回路 (破線) の場合について比較したものである。実用上の領域における誤差は最大 5%程度であり、提案手法が有効であるといえる。

5.4 少数の解析による特性の推定 前節では、5.1 節で行った 10km/h から 240km/h までの電磁界解析の結果を全て利用し、回路定数を速度の二次関数として表現した。しかし、78 点と多くの点で行った電磁界解析の結果を利用して、これを実機による測定でも同様に行うのは非常に困難であると考えられる。そこで、本節では少数の点における解析または測定結果から広い速度領域での特性の推定を行う。

前節より、全ての速度に対して、回路定数はおおよそ二次関数で近似できることが分かった。ここでは低速、中速、高速の各領域から一部の結果のみを用いて、速度の関数としての回路定数を求める。具体的には、電磁界解析を行った最低速度である 10km/h、最高速度である 240km/h、またその中間として定格速度である 140km/h の 3 つの速度における力行、回生制動各 3 点の計 18 点での解析結果から得られた回路定数を利用し、速度の二次関数として回路定数を図 12 の実線のように決定する。これを用いて、前述と同様にすべり周波数一定、電流一定で駆動したときの推進力を図 13 の破線に示す。

電磁界解析による推進力と、3 つの速度から求めた等価回路定数により計算した推進力の差は最大 400N、割合としては 10%以内に収まっており、5.2 節の全ての速度における電

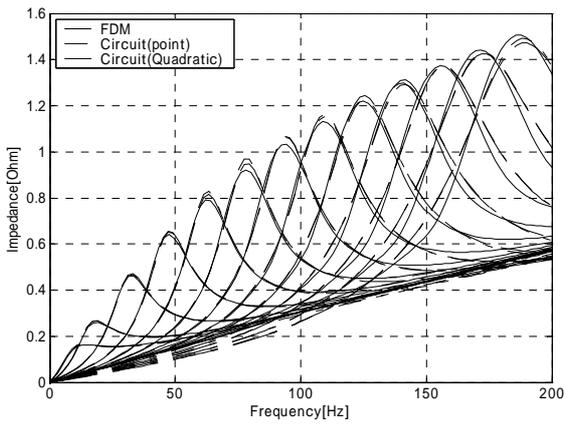


Figure 5. Frequency-absolute value of impedance characteristic under constant speed

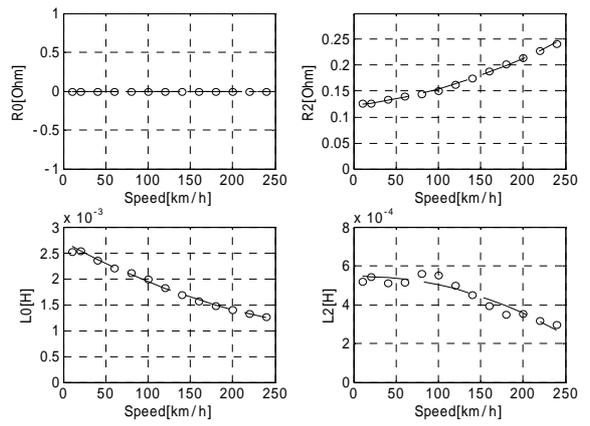


Figure 8. Speed-circuit constant characteristic (Approximated at all points)

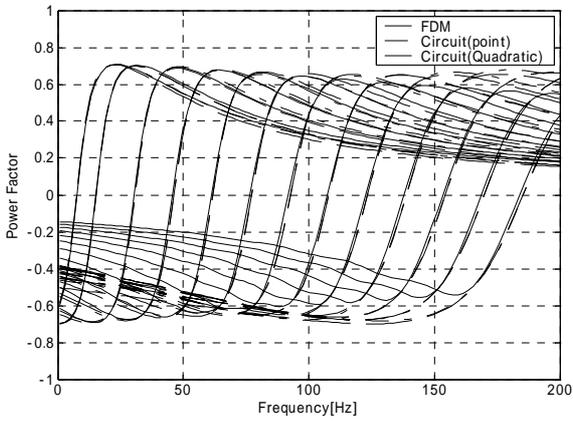


Figure 6. Frequency-power factor characteristic under constant speed

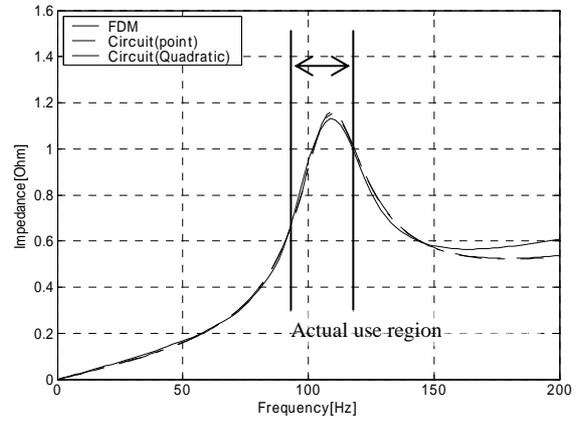


Figure 9. Frequency-absolute value of impedance characteristic at 140km/h (nominal speed)

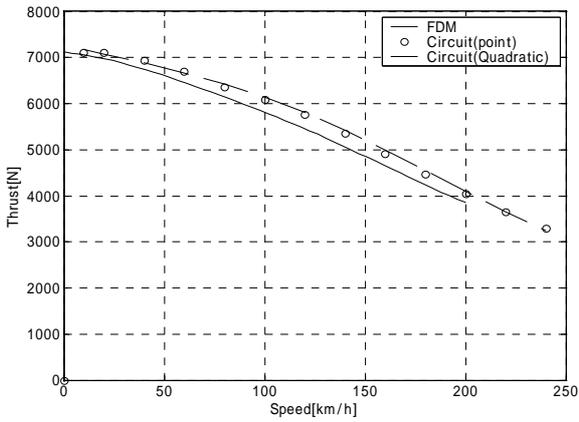


Figure 7. Speed-thrust characteristic under constant slip frequency and current

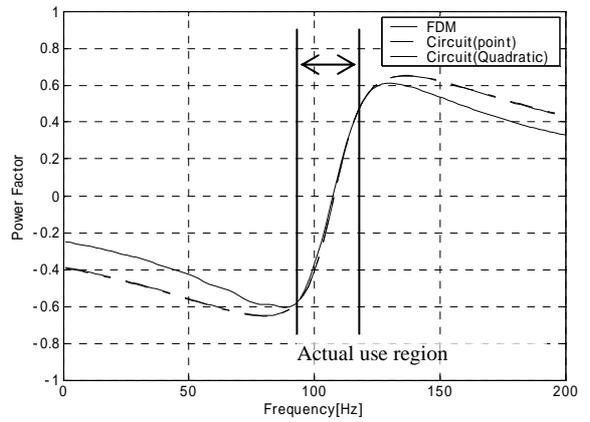


Figure 10. Frequency-power factor characteristic at 140km/h (nominal speed)

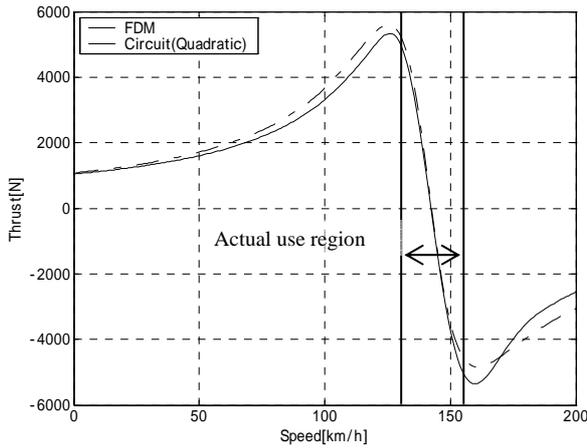


Figure 11. Speed-thrust characteristic at 110Hz (nominal frequency)

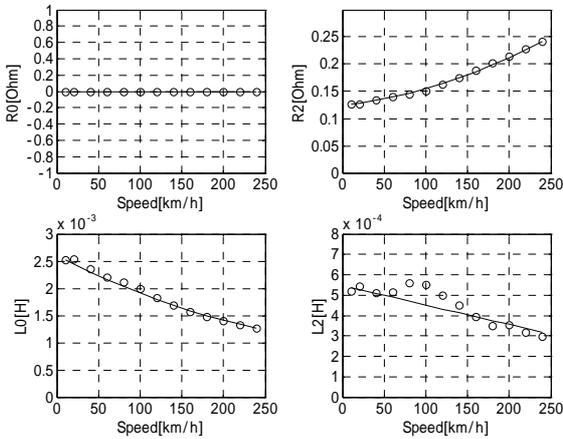


Figure 12. Speed-circuit constant characteristic (Approximated at 3 points)

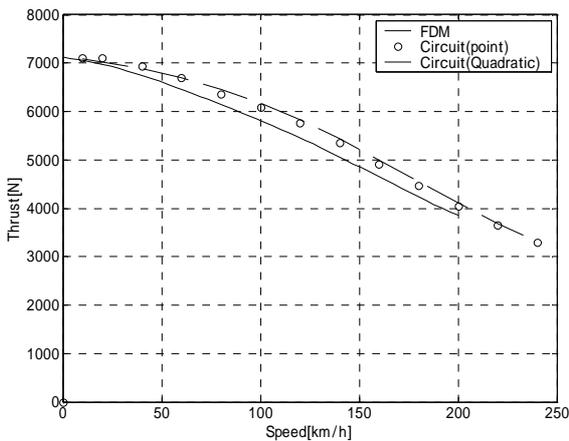


Figure 13. Speed-thrust characteristic under constant slip frequency and current (Approximated at 3 points)

磁界解析を基にした場合と同程度の誤差で表現できている。すなわち、少数の点での解析を基にして広い速度領域での特性を表現できており、電磁界解析の計算コストや、実機による測定を行う際の負荷を削減することが可能であるといえる。

## 6. まとめ

本稿では回転型誘導機の等価回路を基に、回路定数を速度の関数として表すことで端効果を考慮した LIM の等価回路モデルを提案し、その同定法を述べ、電磁界解析による特性と等価回路から計算される特性との比較を行った。

その結果、多くの点での解析結果を利用した場合、最大でも 10% の誤差で LIM の特性を表現できることが示された。また、一部の点による少数の解析結果を利用した場合でも同程度の精度で特性を表現することができた。

今後は、低速域のみの少数の点における解析や測定結果から高速域の特性を推定できるようにすることで、特に実機による測定を行う際の負担を削減し、精度のよい実用的なモデルの構築を目指す。

## 文 献

- (1) E. Masada, J. Fujie, J. Kato and T. Mizuma : "The Technology of the Magnetic Levitation Systems", Ohm-sha (1992)  
正田 英介、藤江 恂治、加藤 純郎、水間 毅 : 「磁気浮上鉄道の技術」, オーム社 (1992)
- (2) Y. Nozaki, T. Koseki and E. Masada : "Analysis of Linear Induction Motors for HSST and Linear Metro using Finite Difference Method", LDIA2005, pp.168-171 (2005)
- (3) J.H Sung and K. Nam : "A New Approach to Vector Control for a Linear Induction Motor Considering End Effects", IEEE IAS annual meeting, pp.2284-2289 (1999)