

混合整数計画法を用いた列車乱れ時の再スケジューリング最適化 —列車混雑度反映法の基礎的検討—

森 拓哉* 古関 隆章 (東京大学)

Optimization of Train Rescheduling Based on Mixed Integer Programming
-Fundamental Study for Considering Congestion-
Takuya Mori*, Takafumi Koseki, (The University of Tokyo)

Abstract

In train operation, when disruption happens, train rescheduling is conducted by train dispatchers to recover the train operation.

In this paper, we use Mixed Integer Programming to solve the train operation problem not only considering about the passengers' traveling time but also congestion that our previous research didn't consider about. We introduce the fundamental study in order to include congestion into the problem.

キーワード：混合整数計画法，運転整理，列車混雑度，旅客流動，鉄道
(Mixed Integer Programming, Rescheduling, Congestion, Passengers' Flow, Railway)

1. 背景と目的

鉄道の大きな特長の一つに定時運行率の高さが挙げられるが，ホームドアの設置など様々な設備の改良が講じられているにも関わらず，輸送障害は年々増加傾向にある。この輸送障害により乱れた列車ダイヤを調整する業務を「運転整理」と呼ぶ⁽¹⁾。

運転整理は安全上の厳しい運行ルールや設備上の都合による数多くの制約を満たしつつ，様々な運転整理手法を適切に組み合わせる非常に困難な作業である。近年，運行管理システムの導入が進み，平常時の運行管理に関しては自動化が進んでいるが，その一方で運転整理については熟練指令員の経験と勘により行われており，鉄道事業者にとって大きな負担となっている。このような背景から，計算機により運転整理案作成を自動で作成するシステムの開発が強く望まれている⁽²⁾。

筆者らは先行研究⁽³⁾⁽⁴⁾として，混合整数計画問題として運転整理の問題を解釈し，旅客損失に主眼を置いた最適な運転整理支援システムを開発したが，今までの研究では乗車率については一切考慮されていなかった。そこで本研究では乗車率を考えるための基礎的検討を行った。

2. 乗車率を考慮する意味

乗車率を考慮することには，大きく二つの意味があると考えている。

一つ目は積み残しについてである。列車が遅れて駅にしばらく来なかった場合，多くの乗客が駅に溜まることになる。列車にはそれぞれ定員があり，駅に溜まった乗客が定員を超えるとその分の乗客は列車に乗ることができない。そのため，列車に乗れる乗客に上限を設ける必要がある。

二つ目は混雑度についてである。混雑度の増加は乗客の不効用を増加させることになる。参考文献⁽⁵⁾によると，混雑度は式(2.1)で評価できるとされる。

$$L = \omega \times \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{h=1}^{H_j} \{f_c(c_{jh}) \cdot q_{jh} \cdot t_{jh}\} \quad (2.1)$$

n : 全駅数

ω : 時間価値(円/分)

H_j : 駅 j に停車する列車本数

c_{jh} : 駅 j に h 番目に停車する列車の，次の駅までの区間における混雑度

q_{jh} : その乗客数(人)

t_{jh} : その所要時間(分)

f_c : 図 2.1 に示す混雑に対する人間の感覚を表す係数

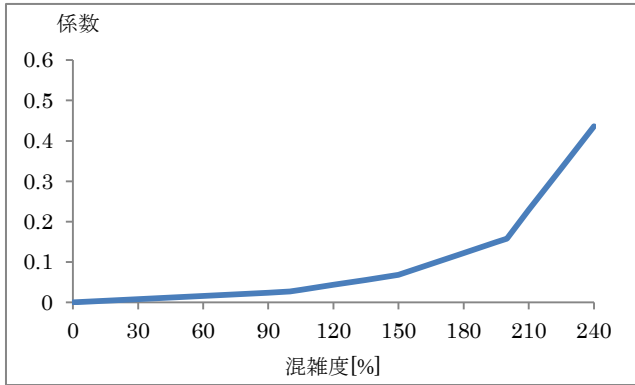


図 2.1 混雑度と係数の関係

Fig 2.1 The relationship between Congestion and coefficient

本研究では、列車遅延による旅客損失および旅客サービスが低下する部分を、式(2.1)に含まれる混雑度を考慮したパラメータによって評価し、旅客の不効用を考慮した。

よって、今回はこの二点に注目した運転整理支援システムを検討した。

3. ケース設定

〈3・1〉 路線モデル

駅数は 5 駅であり、種別は交互に計 3 駅に停まる快速と全駅停車の各停の 2 種類である。全線に渡り複線を想定しており、全駅に 1 本分の退避設備が存在する。ただし、片側の運行のみ考える。

参考に通常時のダイヤを図 3.1 に示す。

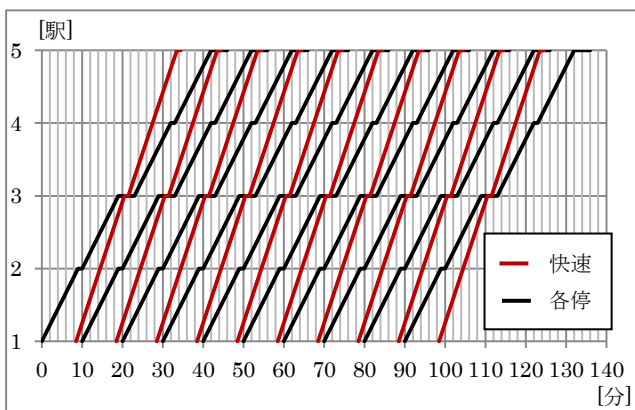


図 3.1 計画ダイヤ

Fig. 3.1 Initial regular train diagram

〈3・2〉 列車運行上の制約

列車を運行する上で、線路設備の都合、営業の都合上満たさなければならない制約は以下のものとする。

【物理的制約】

- ① 各駅間の走行時分は定められた基準運転時分以上でなくてはならない

- ② 各駅での停車時間は定められた最小停車時分以上でなくてはならない
- ③ 各駅での進入・進出の際、先行列車との間隔は最小進入・進出時隔以上でなくてはならない
- ④ 単一番線上での追い抜きはできない
- ⑤ 各駅で同時に停車・通過できる列車数は、着発線数以内でなくてはならない

【論理的制約】

- ⑥ 計画時刻より早く出発してはならない
- ⑦ 同種別の列車間で追い抜きをしてはならない
- ⑧ 普通列車が快速列車を追い抜いてはならない

〈3・3〉 旅客の行動仮定

旅客の経路選択に関する近似および仮定は以下の通り

- a) 旅客は列車運行に乱れが生じて、平常時と同時刻に出発駅に出現し、目的駅に向かう
- b) 旅客はある一定の時間ごとにまとめて駅に出現する
- c) 乗換が発生する場合、乗換回数を 1 回とする

また、旅客群の経路選択を定式化するにあたって、満たさなければならない条件は以下の通り

- i. 各旅客群は一つの経路しか選択できない
- ii. 各旅客群はそれぞれの出現時刻以降に出発する列車にしか乗車できない
- iii. 各旅客群は乗り継ぐ余裕のある列車の組み合わせしか選択できない
- iv. 各旅客群の旅行時間は選択した経路の所要時間に依存する

ただし以下の考慮する対象によって、旅客の行動仮定が違う点がある。

(a) 積み残しを考慮する場合

旅客は常に目的駅への最速達列車を選択するが、列車定員の上限に達した場合は該当列車に乗れない。

(b) 乗車率を考慮する場合

旅客は目的駅への時間と乗車率を天秤にかけて、乗る列車を決定する。そのバランスは目的関数に因る。

〈3・4〉 目的関数

(a) 積み残しを考慮する場合

積み残しを考慮する場合の目的関数は、先行研究^{(3) (4)}と同様に、式(3.1)のようにする。

$$\text{minimize} \quad \sum_{o,d \in S} \sum_{k \in K} P_k^{o,d} e_k^{o,d} \quad (3.1)$$

$P_k^{o,d}$: 時刻 k に現れ、 o 駅から d 駅に移動する乗客の人数(人)

$e_k^{o,d}$: 時刻 k に現れ、 o 駅から d 駅に移動する乗客の平常時からの旅行時間増大量(分)

(b) 乗車率を考慮する場合

乗車率を考慮する場合、上記の目的関数に加え、乗車率に関する目的関数を導入する。式(2.1)によると、混雑度の

不効用値は「ある駅間の列車の混雑度（の関数）×乗車人数×それを経験する時間」である。

参考文献⁽⁶⁾では混雑度は非線形な関数になっているが、今回は線形なものとして扱い、経験する時間に関しては、駅間ごとに一定として扱う。すると、混雑度の不効用値は、混雑率は結局「乗車人数/定員（=定数）」であるので、式(3.2)のように近似できる。

$$L = K \times p_{o,j} \times p_{o,j} \quad (3.2)$$

K : 定数

$p_{o,j}$: j 列車の o 駅から次の駅までの乗車人数

そこで、今回乗車率を考慮する場合の目的関数は式(3.3)のように設定した。

$$\text{minimize} \quad \sum_{o,d \in S} \sum_{k \in K} p_k^{o,d} e_k^{o,d} + p_{o,j} \times p_{o,j} \quad (3.3)$$

〈3・4〉 事故ケース

図 3.1 のダイヤで、1 駅を 3 番目に発車する各停の 2 駅への到着が 8 分遅れたことを想定した。その際、行う運転整理手法としては、着発番線変更、着発順序入替、時隔調整である。

4. 結果

列車の遅延が発覚したのを 15 分の時点とし、そこから詰ダイヤ（列車の遅れを最小にするような運転整理）でダイヤの乱れが解消する 58 分までを運転整理の対象とし、それ以前および以後については計画ダイヤ通りに走るものとする。また乗客はまとめて 2 分毎（奇数分毎）に現れるものと仮定した。そのため結果のダイヤは 1 駅を 12 番目に発車する列車についてまで表すものとする。

また表現の簡略化のために、以下の 3 つのパターン名を用いる。

パターン 1 : 乗車人数を全く考慮しないパターン

パターン 2 : 積み残し考慮時のパターン

パターン 3 : 乗車率考慮時のパターン

計画ダイヤで 1 駅を発車する列車を順番に 1 列車, 2 列車と呼ぶ。（つまり奇数番号が各停, 偶数番号が快速）

また、OD データについては以下の表 4.0 のデータを用いた。（2 分ごとに駅に現れる人数を表している）

表 4.0 OD データ（単位[人]）

Table4.0 OD data

発\着	1	2	3	4	5
1	0	10	10	10	10
2	0	0	10	10	10
3	0	0	0	10	10
4	0	0	0	0	10
5	0	0	0	0	0

〈4・1〉 乗車人数を全く考慮しない場合

比較実験として、乗車人数を考慮せず式(3.1)を目的関数とした運転整理ダイヤを図 4.1 に示す。また各駅間の列車ごとの乗車人数を表 4.1 に示す。

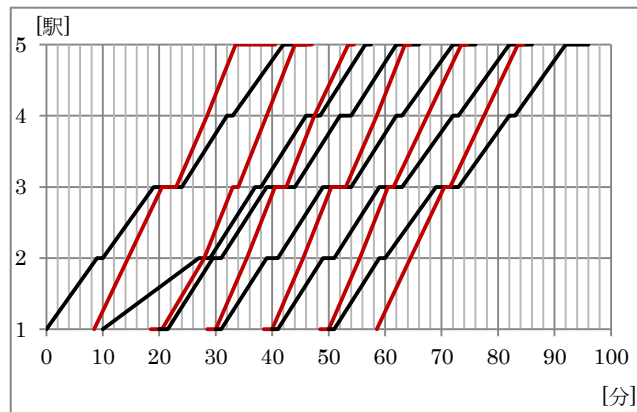


図 4.1 パターン 1 時のダイヤ

Fig. 4.1 Diagram of pattern 1

表 4.1 パターン 1 時の乗車人数

Table4.1 The number of people of pattern 2

駅間\列車	3	4	5	6	7	8
1→2	60	170	80	130	70	130
2→3	280	170	80	130	170	130
3→4	230	110	100	200	150	200
4→5	70	110	40	200	50	200

〈4・2〉 積み残しを考慮した場合

次に、積み残しを考慮した場合のダイヤを図 4.2 に、駅間の列車ごとの乗車人数を表 4.2 に示す。今回、定員は 240 人に設定した。

2 駅（快速通過駅）で 3 列車に乗りきれなかった乗客が次の 5 列車に移っていることが分かる。ダイヤはパターン 1 の時と変化はなかった。

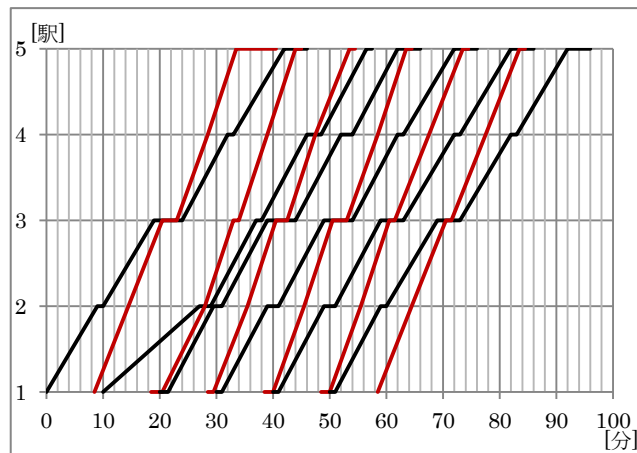


図 4.2 パターン 2 時のダイヤ

Fig. 4.2 Diagram of pattern 2

表 4.2 パターン 2 時の乗車人数

Table 4.2 The number of people of pattern 2

駅間\列車	3	4	5	6	7	8
1→2	50	180	80	130	70	130
2→3	240	180	110	130	170	130
3→4	230	110	100	200	150	200
4→5	70	110	40	200	50	200

〈4・3〉 乗車率考慮した場合

最後に乗車率を考慮した場合のダイヤ図を図 4.3 に、駅間の列車ごとの乗車人数を表 4.3 に示す。

最初に遅れた電車には変わらず集中しているが、全体的に分散していることが分かる。また、ダイヤに関しても 6 列車に旅客が集中しないように接続をやめていることもわかる。

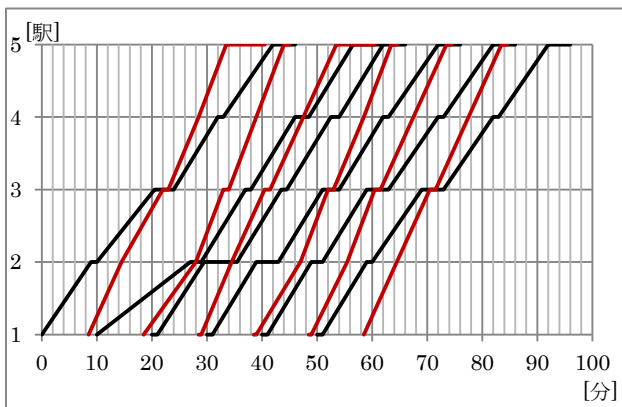


図 4.3 パターン 3 時のダイヤ

Fig. 4.3 Diagram of pattern 3

表 4.3 パターン 3 時の乗車人数

Table 4.3 The number of people of pattern 3

駅間\列車	3	4	5	6	7	8
1→2	50	120	90	120	80	120
2→3	270	120	150	120	150	120
3→4	190	140	180	130	180	130
4→5	80	140	70	130	80	130

5. まとめと今後の課題

今回、2つの視点から乗車率について検討した。

まず、積み残しを考慮した場合は想定通り定員を上回らないように乗客が行程を選んでいった。しかし、どの乗客が後の電車に回るかについては今回考慮できなかった。たとえば、2 駅から初期遅延の 3 列車に乗る乗客について、2 駅から 3 駅に乗り通す乗客は 11~27 分に、2 駅から 4 駅に移動する乗客は 11~29 分に、2 駅から 3 駅で快速に乗り継ぎ 5 駅に移動する乗客は 11 分から 19 分に駅に現れた乗客が 3 列車に乗っていた。2 駅から 5 駅に移動する乗客については

結果的に後の 5 列車に乗っても 5 駅への到着時間は変わらなかったため、旅客案内次第ではこのような行動になると考えられるが、案内がしっかりできない場合は整列乗車を考えると駅に現れた順で列車に乗るはずである。すると、2 駅から 5 駅に移動する乗客が 21 分以降全員後の 5 列車に乗るといった行動は誤りになる。つまり、積み残しが発生する状況では、駅に現れる順番で列車に乗車するように定式化を行う必要がある。ただし、今回乗客は「平常ダイヤ時に乗れる列車よりも後の列車には乗らない」という制約をかけているため、2 駅から 5 駅に移動する乗客は 19 分出現する乗客まで 3 列車に乗車している。

また、今回は定員を 240 人しているため目立っていないが、たとえば定員を 235 人にした場合は駅に出現した 10 人単位ごとにしか行動が変わらないため、同じ時間に現れた 10 人のうち 5 人だけが列車に乗る、といった行動を再現できない。これについても今後考慮を行っていく必要がある。

次に乗車率を考慮する場合、これについても先ほどと同様、どの乗客が列車を選択するのかを考慮できない。ただ、乗客の中にも「早く目的地に着きたい乗客」や「混雑した列車は避ける乗客」、「座れる列車を選択する乗客」とそれぞれ異なる行動原理に基づいて列車を選択するはずであり、今後は全ての乗客を同じ目的関数で考慮するのではなく、何パターンかの乗客の行動を再現する、といった方法を考慮する必要があると考えている。また、今回は単純に 1 : 1 にしてしまっただが、目的関数の旅行時間増大量にあたる項と混雑度に関する項の比率はどうあるべきかについても今後検討する必要がある。

文 献

- (1) 富井規雄：「列車ダイヤのひみつ—定時運行のしくみ」、成山堂書店 (2005)
- (2) (財)鉄道総合技術研究所 運転システム研究室：「鉄道のスケジューリングアルゴリズム」、NTS (2005)
- (3) K.Chigusa, K.Sato, T.Koseki: "A Passenger-Oriented Optimization of Train Rescheduling Based on Mixed Integer Programming", IEEJ Transactions on Industry Applications Vol.132 No.2, pp170-177 (2012) (in Japanese)
千種健二, 佐藤圭介, 古閑隆章：「混合整数計画法に基づく列車運行乱れ時の旅客損失に主眼を置いた運転整理最適化」, 電気学会論文誌, D, 産業応用部門誌, pp170-177 (2012)
- (4) 森拓哉, 古閑隆章：「混合整数計画法を用いた方向別複々線の運転整理支援」, 交通・電気鉄道研究会, TER-13-008 (2013)
- (5) 「鉄道プロジェクトの費用対効果分析マニュアル 99」, 運輸政策研究機構 (1999)